

$$(1) \quad \text{真数条件より, } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \quad \therefore \underline{1 < x < 4}$$

(2)

$$f(x) \geq 0$$

$$\iff \log_2(x-1)(4-x) \geq \log_2 1$$

$$\iff -x^2 + 5x - 4 \geq 1$$

$$\iff x^2 - 5x + 5 \leq 0 \quad \therefore \underline{\underline{\frac{5-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{5+\sqrt{5}}{2}}} \quad (1 < x < 4 \text{ をみたま)$$

(3)

$$f(x) = \log_2(-x^2 + 5x - 4)$$

$$= \log_2 \left[-\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \right] \leq \log_2 \frac{9}{4} (= m)$$

$\uparrow$
 $\left(x = \frac{5}{2} \text{ で最大となる} \right)$

$$\text{これより, } 2^{m-2} = 2^{\log_2 \frac{9}{4} - 2} = 2^{\log_2 \frac{9}{16}} = \underline{\underline{\frac{9}{16}}}$$

(4) 常用対数をとる,

$$\log_{10} 1000^m = \log_2 10^{3m} = 3m = 3 \log_2 \frac{9}{4} = 6 \log_2 \frac{3}{2}$$

$$= 6 \cdot \frac{\log_{10} \frac{3}{2}}{\log_{10} 2} = \frac{6(0.4771 - 0.3010)}{0.3010} = 3.510 \dots$$

$$\therefore 3 \leq \log_{10} 1000^m < 4$$

$$\iff \log_{10} 10^3 \leq \log_{10} 1000^m < \log_{10} 10^4$$

$$\iff 10^3 \leq 1000^m < 10^4$$

これより, 1000^m は 4 桁

- (1) A(3, 4)における接線の方程式は、 $y' = x$ より、

$$y = 3(x-3) + 4 \iff y = 3x - 5$$

$$\therefore l: y = 3x - 5$$

- (2) l と m が x 軸の正の方向となす角を各々 α, β とおく。点Bの x 座標を t とすると、

$$\begin{cases} \tan \alpha = 3 \\ \tan \beta = t \quad (= m \text{ の傾き}) \end{cases}$$

ここで、

$$45^\circ + \alpha = \beta \iff \beta - \alpha = 45^\circ$$

$$\therefore \tan(\beta - \alpha) = 1 \iff \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \cdot \tan \alpha} = 1$$

$$\iff \frac{t - 3}{1 + 3t} = 1 \quad \therefore t = -2 \quad \therefore \underline{B\left(-2, \frac{3}{2}\right)}$$

$$\therefore \underline{(m \text{ の傾き}) = -2}$$

- (3) $l: y = 3x - 5$ と $m: y = -2(x+2) + \frac{3}{2}$ を連立して

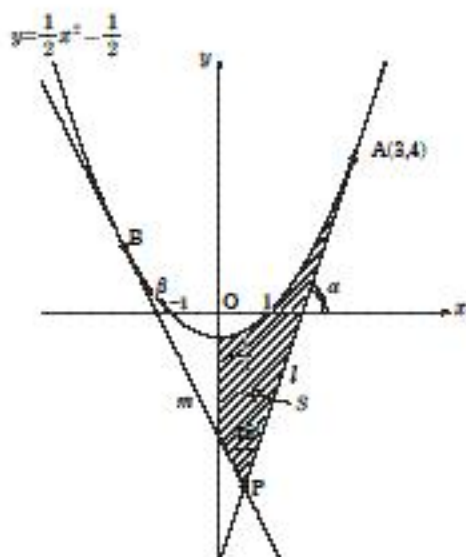
$$3x - 5 = -2x - \frac{5}{2} \iff 5x = \frac{5}{2} \quad \therefore x = \frac{1}{2} \quad \therefore \underline{P\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}\right)}$$

- (4)

$$S = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}(x+2)^2 dx + \int_{\frac{1}{2}}^3 \frac{1}{2}(x-3)^2 dx$$

$$= \left[\frac{1}{6}(x+2)^3 \right]_0^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{1}{6}(x-3)^3 \right]_{\frac{1}{2}}^3$$

$$= \frac{31}{8} \quad \therefore \underline{\underline{S = \frac{31}{8}}}$$



(1) 余弦定理より,

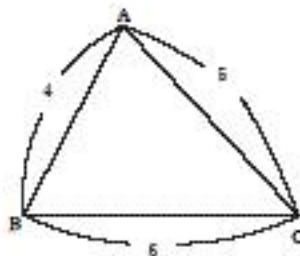
$$\cos \angle B = \frac{16+36-25}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{9}{16} > \frac{1}{2}$$

$$\iff \cos 45^\circ > \cos \angle B > \cos 60^\circ$$

$$\therefore \underline{45^\circ < \angle B < 60^\circ} \quad (\text{証明終})$$

$y = \cos \theta$ は $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で
単調減少より



(2) 余弦定理より,

$$\cos \angle A = \frac{16+25-36}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{8}$$

$$\cos \angle C = \frac{25+36-16}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ここで, } 2\cos^2 \angle C - 1 = 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 1 = \frac{1}{8} = \cos \angle A$$

$$\iff \cos 2\angle C = \cos \angle A \quad (0^\circ < \angle A < 90^\circ, 0^\circ < 2\angle C < 180^\circ)$$

$$\therefore \underline{2\angle C = \angle A} \quad (\text{証明終})$$

(3) (1) と (2) の結果を用いて考える.

$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$$

$$= 180^\circ - 3\angle C$$

ここで, $45^\circ < \angle B < 60^\circ$ より,

$$45^\circ < 180^\circ - 3\angle C < 60^\circ \iff \underline{40^\circ < \angle C < 45^\circ} \quad (\text{証明終})$$

- (1) (偶数の目) が 2 回, (奇数の目) が $N-1$ 回出て次に (偶数の目) または (奇数の目) が
出ればよいから, $2 + (N-1) + 1 = \underline{N+2}$ 回

- (2) 終了までの回数を X とすると, $X=3$ は (偶) $\rightarrow$ (偶) $\rightarrow$ (偶) のとき

$$\therefore \underline{P(X=3) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}}$$

- (3) $X=N$ は「 N 回とも(奇数)」または「 $N-1$ 回中 2 回(偶数), $N-3$ (奇数)で最後の
1 回が(偶数)」

$$\begin{aligned}\therefore P(X=N) &= \left(\frac{1}{2}\right)^N + {}_{N-1}C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{N-3} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \left(1 + \frac{(N-1)(N-2)}{2!}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^N \\ &= \underline{(N^2 - 3N + 4) \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1}}\end{aligned}$$

- (4) 1 回 $\sim$ $N-1$ 回(奇数), 最後に(奇数)

$$\underline{(\text{偶数}) = 0 \text{ or } 1 \text{ or } 2}$$

$$\begin{aligned}P &= \left(\frac{1}{2}\right)^N + {}_N C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \cdot \frac{1}{2} + {}_{N+1} C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^N + N \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} + \frac{(N+1)N}{2!} \left(\frac{1}{2}\right)^{N+2} \\ &= (8 + 4N + N^2 + N) \left(\frac{1}{2}\right)^{N+3} \\ &= \underline{(N^2 + 5N + 8) \left(\frac{1}{2}\right)^{N+3}}\end{aligned}$$

- (5)

X	3	4	5	6
$P(X)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$

$$\left(\begin{aligned} P(X=5) &= {}_4 C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \frac{1}{2} + {}_4 C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{16} \\ P(X=6) &= {}_5 C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{16} \end{aligned} \right)$$

求める期待値を $E(X)$

$$\begin{aligned}E(X) &= 3 \cdot \frac{1}{8} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{5}{16} + 6 \cdot \frac{5}{16} \\ &= \underline{\underline{\frac{77}{16}}}\end{aligned}$$

$$(1) \quad \frac{1+2+3+\dots+17-(x+x+1)}{15} = \frac{42}{5}$$

$$\iff \frac{17}{2} \cdot 18 - 2x - 1 = 126$$

$$\iff 2x = 26 \therefore x = 13 \quad \therefore (\text{取り除いた2数}) \text{ は } \underline{13 \text{ と } 14}$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}n(n+1) - 1 - 2(n-1) > \frac{105}{15}(n-2) \quad \dots\dots(*)$$

$$\iff \frac{1}{2}(n^2 + n - 2 - 4n + 4) > \frac{205}{11}(n-2)$$

$$\iff \frac{1}{2}(n-1)(n-2) > \frac{205}{11}(n-2)$$

$$\iff n-1 > \frac{410}{11}$$

$$\iff n > \frac{421}{11} \quad \text{を示せばよい.}$$

ところで, $n \geq 39 \left(n \geq \frac{429}{11} \right)$ より, $n > \frac{421}{11}$ は成立. つまり(*)は示された (証明終)

$$(3) \quad \frac{1+2+3+\dots+n-(x+x+1)}{n-2} = \frac{205}{11}$$

$$\iff \frac{1}{2}n(n+1) - 2x - 1 = \frac{205}{11}(n-2) \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

ここで, $n \geq 39$ とすると, (2) より, $\frac{1}{2}n(n+1) - 1 - 2(n-1) > \frac{205}{11}(n-2)$ だから,

$$\frac{1}{2}n(n+1) - 1 - 2(n-1) > \frac{1}{2}n(n+1) - 2x - 1$$

$$\iff -2(n-1) > -2x$$

$$\iff n-1 < x \quad (1 \sim n \text{ から2数 } x \text{ と } x+1 \text{ を取り除くことから } 1 \leq x \leq n-1 \text{ となり矛盾})$$

よって, $3 \leq n \leq 38$ で考えればよい.

①の(左辺)は変数より(右辺)も変数, つまり $n-2$ は11の倍数とわかる.

$$\therefore n-2 = 11, 22, 33 \quad (n = 13, 24, 35)$$

$$\cdot n = 13 \text{ のとき, } \textcircled{1} \text{ より, } 90 - 2x = 205 \quad \therefore x = -\frac{115}{2} \text{ (不適)}$$

$$\cdot n = 24 \text{ のとき, } \textcircled{1} \text{ より, } 12 \cdot 25 - 2x - 1 = 410 \quad \therefore x = -\frac{111}{2} \text{ (不適)}$$

$$\cdot n = 35 \text{ のとき, } \textcircled{1} \text{ より, } 35 \cdot 18 - 2x - 1 = 615 \quad \therefore x = 7 \text{ (適)}$$

以上より, $\therefore n = 35$

$\therefore (\text{取り除いた2数}) \text{ は } \underline{7 \text{ と } 8}$