

# 学 力 検 査 問 題

## 数 学

数学Ⅰ，数学Ⅱ

数学A，数学B

平成 24 年 2 月 25 日

自 9 時 00 分

至 11 時 00 分

### 答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には，数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B（数列，ベクトル）の問題が 5 問あります。総ページは 13 ページで，問題は 4 ページ以降の偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は 5 枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は，それぞれの解答用紙の所定の欄（2ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は，解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。

空 白

# 空白

〔 1 〕  $f(x) = \log_2(x-1) + \log_2(4-x)$  とする。次の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x)$  の定義域を求めよ。

(2) 不等式  $f(x) \geq 0$  を解け。

(3) 関数  $f(x)$  の最大値を  $m$  とするとき、 $2^{m-2}$  を求めよ。

(4) (3) の  $m$  について、 $1000^m$  の整数部分の桁<sup>けた</sup>数を求めよ。ただし、  
 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

# 空 白

- 〔2〕 放物線  $C: y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$  上に 2 点 A, B があり, A の  $x$  座標は 3 である。点 A, 点 B における  $C$  の接線をそれぞれ  $\ell, m$  とし,  $\ell$  と  $m$  の交点を P とおくと,  $\angle APB = 45^\circ$  であった。次の問いに答えよ。

(1) 接線  $\ell$  の方程式を求めよ。

(2) 接線  $m$  の傾きを求めよ。

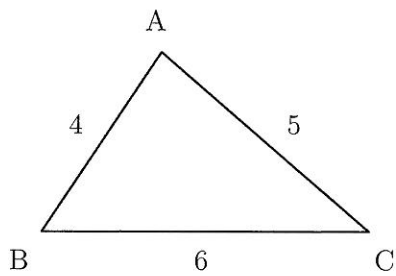
(3) 点 P の座標を求めよ。

(4)  $C, \ell, m$  で囲まれた図形において, 不等式  $x \geq 0$  を満たす部分の面積  $S$  を求めよ。

# 空 白



〔3〕 図のような 3 辺の長さをもつ三角形 ABC がある。



次の問いに答えよ。

(1)  $45^\circ < \angle B < 60^\circ$  を証明せよ。

(2)  $\angle A = 2\angle C$  を証明せよ。

(3)  $40^\circ < \angle C < 45^\circ$  を証明せよ。



# 空白

〔4〕  $N$  は 4 以上の整数とする。次の規則にしたがって 1 個のさいころを繰り返し投げる。

規則：出た目を毎回記録し、偶数の目が 3 回出るか、あるいは奇数の目が  $N$  回出たところで、さいころを投げる操作を終了する。

ただし、さいころの目の出方は同様に確からしいとする。次の問いに答えよ。

- (1) さいころを投げる回数は、最大で何回か。
- (2) さいころを 3 回投げて操作を終了する確率を求めよ。
- (3) さいころを  $N$  回投げて操作を終了する確率を求めよ。
- (4) 最後に奇数の目が出て操作を終了する確率を求めよ。
- (5)  $N = 4$  のとき、さいころを投げる回数の期待値を求めよ。

# 空白

[6]

〔5〕  $n$  は 3 以上の整数とする。1 から  $n$  までの整数から連続する 2 つの整数  $x, x+1$  を取り除く。次の問いに答えよ。

(1)  $n = 17$  のとき、残された整数の総和を個数 15 で割った値が  $\frac{42}{5}$  であるとする。取り除いた 2 つの整数を求めよ。

(2)  $n \geq 39$  のとき、不等式

$$\frac{1}{2}n(n+1) - 1 - 2(n-1) > \frac{205}{11}(n-2)$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 残された整数の総和を個数  $n-2$  で割った値が  $\frac{205}{11}$  であるとする。 $n$  と取り除いた 2 つの整数を求めよ。

# 空 白





