

学 力 検 査 問 題

数 学

数学Ⅰ，数学Ⅱ

数学A，数学B

平成26年2月25日

自 9時00分

至11時00分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には，数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B（数列，ベクトル）の問題が5問あります。総ページは13ページで，問題は4ページ以降の偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は5枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は，それぞれの解答用紙の所定の欄（2ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は，解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。
- 6 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

空 白

空 白

〔 1 〕 座標平面上で、原点 O を中心とする半径 1 の円を C とする。 C の外部にある点 $P(a, b)$ から C にひいた 2 本の接線と C との接点を H, H' とする。 $\angle OPH = \theta$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) PH の長さ、および $\sin \theta$ を a, b を用いて表せ。

(2) $HH' = OP$ となるような点 P の軌跡を求めよ。

空白

- [2] a_1, a_2, a_3 は定数で, $a_1 > 0$ とする。放物線 $C: y = a_1x^2 + a_2x + a_3$ 上の点 $P(2, 4a_1 + 2a_2 + a_3)$ における接線を ℓ とし, ℓ と x 軸との交点を $Q(q, 0)$, ℓ と y 軸との交点を $R(0, a_4)$ とする。 a_1, a_2, a_3, a_4 がこの順に等差数列であるとき, 次の問いに答えよ。

(1) a_2, a_3, a_4 を a_1 を用いて表せ。

(2) q の値を求めよ。

(3) 放物線 C , 接線 ℓ , および y 軸で囲まれた部分の面積を S とする。
 $S = q$ となるとき, a_1 を求めよ。

空 白

[3] 四面体 OABC において, $\triangle OAB$ の重心を F, $\triangle OAC$ の重心を G とする。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OF}$ を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{FG} \parallel \overrightarrow{BC}$ であることを示せ。

(3) $OB = OC = 1, \angle BOC = 90^\circ$ のとき, FG の長さを求めよ。

空 白

[4] $\alpha > 1$ とする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \alpha, a_{n+1} = \sqrt{\frac{2a_n}{a_n + 1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$(1) a_n > 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \sqrt{x} - 1 \leq \frac{1}{2}(x - 1) \quad (\text{ただし, } x > 1 \text{ とする。})$$

$$(3) a_n - 1 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} (\alpha - 1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

空 白

[5] 正六角形の頂点を反時計回りに $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ とする。1 個のさいころを 2 回投げて、出た目を順に j, k とする。次の問いに答えよ。

(1) P_1, P_j, P_k が異なる 3 点となる確率を求めよ。

(2) P_1, P_j, P_k が正三角形の 3 頂点となる確率を求めよ。

(3) P_1, P_j, P_k が直角三角形の 3 頂点となる確率を求めよ。

空 白