

学 力 検 査 問 題

数 学

数学Ⅰ，数学Ⅱ，
数学A，数学B

平成 29 年 2 月 25 日

自 9 時 00 分

至 11 時 00 分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には，数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B（数列，ベクトル）の問題が 4 問あります。総ページは 11 ページで，問題は 4 ページ以降の偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は 4 枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は，それぞれの解答用紙の所定の欄（2 ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は，解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。
- 6 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

空 白

空 白

〔 1 〕 座標平面上の 2 点 $A(\sin \theta, \sin^2 \theta)$, $B(\cos \theta, \cos^2 \theta)$ を考え, A , B 間の距離を L とする。ただし, θ は条件

$$(*) \quad 0 \leq \theta < 2\pi \quad \text{かつ} \quad \sin \theta - \cos \theta - 1 > 0$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) $(*)$ を満たす θ の範囲を求めよ。

(2) $t = \sin \theta \cos \theta$ とおくとき, t のとり得る値の範囲を求めよ。

(3) L を (2) の t を用いて表せ。

(4) L の最大値, 最小値を求めよ。また, そのときの θ の値を求めよ。

空 白

〔 2 〕 座標平面上の 3 点

$$O(0,0), \quad A(3,0), \quad B(1,2)$$

を考える。C を線分 OA 上にあり、 $\angle OBC = 45^\circ$ を満たす点とする。また、P を x 座標が t である直線 OA 上の点とする。点 Q, R, P' を次により定める。

- (a) 点 P を通り傾きが 1 の直線と、直線 AB の交点を Q とする。
- (b) 点 Q を通り直線 OB に垂直な直線と、直線 OB の交点を R とする。
- (c) 点 R を通り直線 BC と同じ傾きをもつ直線と、直線 OA の交点を P' とする。

次の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の座標を t を用いて表せ。
- (2) 点 R の座標を t を用いて表せ。
- (3) 点 P' の座標を t を用いて表せ。
- (4) 点 P' の x 座標を $f(t)$ とする。数列 $\{t_n\}$ を

$$t_1 = 2, \quad t_{n+1} = f(t_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。数列 $\{t_n\}$ の一般項を求めよ。

空 白

〔 3 〕 n を 2 以上の整数とする。 n 個のさいころを投げ、出た目のすべての積を X とする。次の問いに答えよ。

- (1) X が 5 の倍数である確率を n を用いて表せ。
- (2) X が 5 の倍数である確率が 0.99 より大きくなる最小の n を求めよ。
ただし、 $\log_2 3 = 1.585$, $\log_2 5 = 2.322$ とする。
- (3) X が 3 でも 5 でも割り切れない確率を n を用いて表せ。
- (4) X が 15 の倍数である確率を n を用いて表せ。

空 白

〔 4 〕 座標平面上の二つの曲線

$$C_1: y = 4x^3 - 1, \quad C_2: y = x^3$$

を考える。 $a > 0$ に対して、 x 座標が a である C_1 上の点を A とし、 A における C_1 の接線を ℓ とする。次の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 の交点の x 座標を p とする。 p の値を求めよ。
- (2) 直線 ℓ の方程式を、 a を用いて表せ。
- (3) 直線 ℓ が C_2 に接するとき、 a の値を求めよ。
- (4) (3) のとき、直線 ℓ と C_2 の接点を B とする。 C_1 、 C_2 と線分 AB で囲まれた図形の面積を求めよ。

空 白

