

学 力 検 査 問 題

数 学

数学Ⅰ，数学Ⅱ，
数学A，数学B

平成 30 年 2 月 25 日

自 9 時 00 分

至 11 時 00 分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には，数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B（数列，ベクトル）の問題が4問あります。総ページは11ページで，問題は4ページ以降の偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は4枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は，それぞれの解答用紙の所定の欄（2ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は，解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。
- 6 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

空 白

空 白

〔 1 〕 次の問いに答えよ。

(1) t の 2 次関数 $s = \left(t - \frac{1}{5}\right) \left(t - \frac{3}{5}\right)$ のグラフを図示せよ。

(2) 次の条件 (A) を満たす座標平面上の点 (u, v) の存在範囲を図示せよ。

2 次式 $t^2 - ut + v$ は, $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ を満たす

(A) 実数 x, y を用いて $t^2 - ut + v = (t - x)(t - y)$ と因数分解される。

(3) 次の条件 (B) を満たす座標平面上の点 (u, v) の存在範囲を図示せよ。

2 次式 $t^2 - ut + v$ は, $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$ を満たす

(B) 実数 x, y を用いて $t^2 - ut + v = (t - x)(t - y)$ と因数分解される。

(4) 座標平面上の点 (x, y) が 4 点 $(0, 0), (1, 0), (1, 2), (0, 2)$ を頂点とする長方形の周および内部を動くとき, 点 $(x + y, xy)$ の動く範囲の面積を求めよ。

空 白

〔 2 〕 次の問いに答えよ。

- (1) 実数 θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たすとき，不等式

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} < 1$$

が成り立つことを示せ。

- (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ に対し，

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \quad \left(0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

により定まる実数 α は， θ についての整式 $f(\theta)$ を用いて $\alpha = f(\theta)$ と表すことができる。このような $f(\theta)$ を一つ求めよ。

- (3) (2) で求めた $f(\theta)$ を用いて，数列 $\{\theta_n\}$ を

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_{n+1} = f(\theta_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。数列 $\{\theta_n\}$ の一般項を求めよ。

- (4) (3) の数列 $\{\theta_n\}$ に対し，

$$|\theta_{n+1} - \theta_n| \leq \frac{\pi}{1000}$$

となる最小の自然数 n を求めよ。

空 白

〔 3 〕 O を原点とする座標平面上の曲線

$$C: y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x + \frac{13}{6}$$

を考える。 C 上の点 $D(-1, 2)$ における C の接線を ℓ とし、 D と異なる C と ℓ の共有点を E とする。次の問いに答えよ。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) E の座標を求めよ。

(3) 原点 O を中心とする半径 1 の円の周上の点 $A(a, b)$ を考える。ただし、 a と b はともに正であるとする。直線 ℓ 上の動点 P に対し、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ が P の位置によらず一定であるとき、 A の座標を求めよ。

(4) A を (3) で求めた点とする。点 Q が C 上を D から E まで動くときの $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最大値を求めよ。

空 白

[4] 座標平面上で，三つの不等式

$$y \geq 0, \quad x + y \geq 4, \quad 2x + 3y \leq 12$$

によって表される領域を D とする。次の問いに答えよ。

- (1) D を図示せよ。
- (2) 座標平面上で， x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。
 D に含まれる格子点をすべて求めよ。
- (3) 1 個のさいころを 2 回投げるとき，1 回目に出た目の数を X ，2 回目に出た目の数を Y とする。点 (X, Y) が D に含まれる確率を求めよ。
- (4) 1 個のさいころを n 回投げるとき，出た目の数の中の最小の数を Z ，最大の数を W とする。点 (Z, W) が D に含まれる確率 P_n を求めよ。
ただし， n は 2 以上の自然数とする。

空 白

