

# 数 問

## 数 学

### 7 年 度(前期)

#### 注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊(本文2ページ, 下書用紙1枚), 解答用紙は3枚である。下書用紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書いても無効である。
5. 書き損じても, かわりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後, 問題冊子と下書用紙は持ち帰ること。

1 正の整数の組  $(m, n)$  で条件

$$0 < \left| \frac{n}{m} - 0.4 \right| \leq \frac{1}{100}$$

をみたすもののうち、 $m$  が最も小さい  $(m, n)$  を求めよ。

2 三角形 ABC の 3 辺の長さを  $a = \overline{BC}$ ,  $b = \overline{CA}$ ,  $c = \overline{AB}$  で表す。

(1) 辺 BC を  $m : n$  に内分する点を P とする。

$\overline{AP}^2$  を  $a, b, c, m, n$  で表せ。

(2) 3 辺 BC, CA, AB をそれぞれ  $1 : 3$ ,  $1 : 4$ ,  $1 : 3$  に内分する点を P, Q, R とすると

$$\overline{AP} = \frac{11}{4}, \overline{BQ} = 2, \overline{CR} = 2$$

である。 $a, b, c$  を求めよ。

3 座標平面上の直線  $x = 1$  を行列  $\begin{pmatrix} t & 1 \\ t^3 & 3t^2 \end{pmatrix}$  の表す一次変換でうつした直線を

$l_t$  で表す。 $t$  が  $0 \leq t \leq 1$  の範囲を動くとき、直線  $l_t$  の通りうる点の存在範囲を求め、それを図示せよ。

4 座標空間内に点  $A(-2, 0, 0)$  と点  $B(2, 0, 0)$  がある。

条件

$$|\overrightarrow{PA}| + |\overrightarrow{PB}| \leq 8 \text{ または } \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} \leq 9$$

をみたす点  $P$  の存在する範囲の体積を求めよ。ただし、 $|\overrightarrow{PA}|$ 、 $|\overrightarrow{PB}|$  はベクトルの長さを表し、 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  はベクトルの内積を表す。

5  $n$  は 2 以上の整数とする。座標平面上の、 $x$  座標、 $y$  座標がともに 0 から  $n-1$  までの整数であるような  $n^2$  個の点のうちから、異なる 2 個の点  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$  を無作為に選ぶ。

(1)  $x_1 \neq x_2$  かつ  $y_1 \neq y_2$  である確率を求めよ。

(2)  $x_1 + y_1 = x_2 + y_2$  である確率を求めよ。