



問

数 学

10 年 度(前期)

注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所にも書いても無効である。
5. 書き損じても，かわりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 正の整数 n を 8 で割った余りを $r(n)$ とおく。

正の整数の組 (a, b) は、条件

$$0 < a - r(a) < \frac{4}{3} r(b)$$

$$0 < b - r(b) < \frac{4}{3} r(ab)$$

をみたすとする。

(1) $a - r(a)$ と $r(b)$ を求めよ。

(2) a と b を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 5$$

$$a_{n+1} = 2a_n + 3^n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定める。

(1) $b_n = a_n - 3^n$ とおく。 b_{n+1} を b_n で表せ。

(2) a_n を求めよ。

(3) $a_n < 10^{10}$ をみたす最大の正の整数 n を求めよ。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ としてよい。

3 $\triangle ABC$ の 3 辺 BC , CA , AB を $t:1-t$ の比に内分する点をそれぞれ A_1 , B_1 , C_1 とおき、 $\triangle A_1B_1C_1$ の 3 辺 B_1C_1 , C_1A_1 , A_1B_1 を $t:1-t$ の比に内分する点をそれぞれ A_2 , B_2 , C_2 とおく。ただし、 $0 < t < 1$ とする。

(1) $\triangle A_2B_2C_2$ の辺 B_2C_2 が $\triangle ABC$ のいずれかの辺と平行となる t の値を求めよ。

(2) (1)のとき、 $\triangle A_2B_2C_2$ は $\triangle ABC$ に相似であることを示し、その相似比を求めよ。

4 放物線 $y = x^2$ 上の点 $A(a, a^2)$ における接線 l と、点 $B(b, b^2)$ における接線 m との交点を C とおく。ただし、 $a < b$ とする。

(1) 2 直線 l, m と放物線 $y = x^2$ とで囲まれる部分の面積 S を a と b で表せ。

(2) 点 C が放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 2$ の上を動くときの面積 S の最小値を求めよ。

5 H 大学には 4 つの食堂があり、A 君と B さんは、それぞれ毎日正午に、前日とは異なる 3 つの食堂のうち 1 つを無作為に選んで昼食をとることにしている。最初の日、二人は別々の食堂で食事をしたとして、以下の確率を求めよ。

(1) n 日後に、はじめて二人が食堂で出会う確率。ただし $n \geq 1$ とする。

(2) n 日後に、二人が食堂で出会うのがちょうど 2 回目である確率。ただし $n \geq 2$ とする。