

1

a, b, c, d を正の整数とする。複素数 $w = a + bi$, $z = c + di$ が

$w^2 z = 1 + 18i$ をみたす。 a, b, c, d を求めよ。

2 三角形 ABC において、 $|\overrightarrow{AC}| = 1$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = k$ である。辺 AB 上に $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ をみたす点 D をとる。辺 AC 上に $|\overrightarrow{DP}| = \frac{1}{3} |\overrightarrow{BC}|$ をみたす点 P が 2 つ存在するための k の条件を求めよ。ただし、 $|\overrightarrow{AC}|$, $|\overrightarrow{DP}|$, $|\overrightarrow{BC}|$ はベクトルの長さを表し、 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ はベクトルの内積を表す。

3

三角すい ABCD において辺 CD は底面 ABC に垂直である。AB = 3 で、辺 AB 上の 2 点 E, F は、 $AE = EF = FB = 1$ をみたし、 $\angle DAC = 30^\circ$ 、 $\angle DEC = 45^\circ$ 、 $\angle DBC = 60^\circ$ である。

- (1) 辺 CD の長さを求めよ。
- (2) $\theta = \angle DFC$ とおくとき、 $\cos \theta$ を求めよ。

4 c を正の定数とし、 $f(x) = x^3 + 3x^2$, $g(x) = x^3 + 3x^2 + c$ とする。直線 l は点 $P(p, f(p))$ で曲線 $y = f(x)$ と接し、点 $Q(q, g(q))$ で曲線 $y = g(x)$ と接する。

- (1) c を p で表せ。
- (2) 直線 l と曲線 $y = f(x)$ の P 以外の交点を R とする。2つの線分の長さの比 $PQ : QR$ を求めよ。

5

1 個のサイコロを n 回投げる。

- (1) $n \geq 2$ のとき, 1 の目が少なくとも 1 回出て, かつ 2 の目も少なくとも 1 回出る確率を求めよ。
- (2) $n \geq 3$ のとき, 1 の目が少なくとも 2 回出て, かつ 2 の目が少なくとも 1 回出る確率を求めよ。