

数 問

数 学

16 年 度(前期)

注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ、白紙2枚）、解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書いても無効である。
5. 書き損じても、代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後、問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 Hを1辺の長さが1の正六角形とする。

- (1) Hの中にある正方形のうち、1辺がHの1辺と平行なものの面積の最大値を求めよ。
- (2) Hの中にある長方形のうち、1辺がHの1辺と平行なものの面積の最大値を求めよ。

2 a, b, c は整数で、 $a < b < c$ をみたす。放物線 $y = x^2$ 上に3点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$, $C(c, c^2)$ をとる。

- (1) $\angle BAC = 60^\circ$ とはならないことを示せ。ただし、 $\sqrt{3}$ が無理数であることを証明なしに用いてよい。
- (2) $a = -3$ のとき、 $\angle BAC = 45^\circ$ となる組 (b, c) をすべて求めよ。

3 複素数平面上に異なる3点 z, z^2, z^3 がある。

- (1) z, z^2, z^3 が同一直線上にあるような z をすべて求めよ。
- (2) z, z^2, z^3 が二等辺三角形の頂点になるような z の全体を複素数平面上に図示せよ。また、 z, z^2, z^3 が正三角形の頂点になるような z をすべて求めよ。

4 a は実数とし、 $f(x) = x^3 + ax^2 - 8a^2x$, $g(x) = 3ax^2 - 9a^2x$ とおく。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点 P において両方の曲線と接する直線が存在する。このとき P の座標を a で表せ。
- (2) 次の条件(i)および(ii)をみたす直線 l が3本存在するような点 (u, v) の範囲を図示せよ。
 - (i) l は点 (u, v) を通る。
 - (ii) l は曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点 P において両方の曲線と接する。

5 n 枚のカードがあり、1 枚目のカードに 1, 2 枚目のカードに 2, ..., n 枚目のカードに n が書かれている。これらの n 枚のカードから無作為に 1 枚を取り出してもとに戻し、もう一度無作為に 1 枚を取り出す。取り出されたカードに書かれている数をそれぞれ x, y とする。また、 k を n の約数とする。

- (1) $x + y$ が k の倍数となる確率を求めよ。
- (2) さらに、 $k = pq$ とする。ただし、 p, q は異なる素数である。 xy が k の倍数となる確率を求めよ。