

数 問

数 学

18 年 度(前期)

注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所にも書いても無効である。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 次の条件 (a), (b) をともにみたす直角三角形を考える。ただし、斜辺の長さを p 、その他の 2 辺の長さを q, r とする。

(a) p, q, r は自然数で、そのうちの少なくとも 2 つは素数である。

(b) $p + q + r = 132$

(1) q, r のどちらかは偶数であることを示せ。

(2) p, q, r の組をすべて求めよ。

2 座標平面上に 1 辺の長さが 2 の正三角形 ABC がある。ただし、 $\triangle ABC$ の重心は原点の位置にあり、辺 BC は x 軸と平行である。また、頂点 A は y 軸上にあつて y 座標は正であり、頂点 C の x 座標は正である。直線 $y = x$ に関して 3 点 A, B, C と対称な点を、それぞれ A', B', C' とする。

(1) C' の座標を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ が重なる部分の面積を求めよ。

3 大きさがそれぞれ 5, 3, 1 の平面上のベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ に対して、 $\vec{z} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ とおく。

(1) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を動かすとき、 $|\vec{z}|$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $\vec{a}$ を固定し、 $\vec{a} \cdot \vec{z} = 20$ をみたすように $\vec{b}, \vec{c}$ を動かすとき、 $|\vec{z}|$ の最大値と最小値を求めよ。

4 a, b を正の定数とする。関数 $y = x^3 - ax$ のグラフと、点 $(0, 2b^3)$ を通る直線はちょうど 2 点 P, Q を共有している。ただし、 P の x 座標は負、 Q の x 座標は正である。

- (1) 直線 PQ の方程式を a と b で表せ。
- (2) P および Q の座標を a と b で表せ。
- (3) $\angle POQ = 90^\circ$ となる b が存在するような a の値の範囲を求めよ。ただし、 O は原点である。

5 1, 2, 3, 4 が 1 つずつ記された 4 枚のカードがある。これらのカードから 1 枚を抜き出し元に戻すという試行を n 回繰り返す。抜き出した n 個の数の和を X_n とし、積を Y_n とする。

- (1) $X_n \leq n + 3$ となる確率を n で表せ。
- (2) Y_n が 8 で割り切れる確率を n で表せ。