

数 問

数 学

20 年 度(前期)

注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所にも書いても無効である。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 k を正の整数とする。 $5n^2 - 2kn + 1 < 0$ をみたす整数 n が、ちょうど 1 個であるような k をすべて求めよ。

2 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ は異なる 3 つの解 p, q, r をもつ。さらに、 $2p^2 - 1, 2q - 1, 2r - 1$ も同じ方程式の異なる 3 つの解である。 a, b, c, p, q, r の組をすべて求めよ。

3 a を正の実数とする。点 (x, y) が、不等式 $x^2 \leq y \leq x$ の定める領域を動くとき、常に $\frac{1}{2} \leq (x - a)^2 + y \leq 2$ となる。 a の値の範囲を求めよ。

4 正四面体 $OABC$ の 1 辺の長さを 1 とする。辺 OA を $2 : 1$ に内分する点を P 、辺 OB を $1 : 2$ に内分する点を Q とし、 $0 < t < 1$ をみたす t に対して、辺 OC を $t : 1 - t$ に内分する点を R とする。

- (1) PQ の長さを求めよ。
- (2) $\triangle PQR$ の面積が最小となるときの t の値を求めよ。

5 n を 3 以上の整数とする。 $2n$ 枚のカードがあり、そのうち赤いカードの枚数は 6、白いカードの枚数は $2n - 6$ である。これら $2n$ 枚のカードを、箱 A と箱 B に n 枚ずつ無作為に入れる。2 つの箱の少なくとも一方に赤いカードがちょうど k 枚入っている確率を p_k とする。

- (1) p_2 を n の式で表せ。さらに、 p_2 を最大にする n をすべて求めよ。
- (2) $p_1 + p_2 < p_0 + p_3$ をみたす n をすべて求めよ。