

数 問

数 学

25 年 度(前期)

注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ、白紙2枚）、解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても、代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後、問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 $3p^3 - p^2q - pq^2 + 3q^3 = 2013$ を満たす正の整数 p, q の組をすべて求めよ。

2 平面上の 4 点 O, A, B, C が

$$OA = 4, \quad OB = 3, \quad OC = 2, \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 3$$

を満たすとき、 $\triangle ABC$ の面積の最大値を求めよ。

3 原点を O とする xy 平面上に、放物線 $C: y = 1 - x^2$ がある。 C 上に 2 点 $P(p, 1 - p^2), Q(q, 1 - q^2)$ を $p < q$ となるようにとる。

(1) 2 つの線分 OP, OQ と放物線 C で囲まれた部分の面積 S を、 p と q の式で表せ。

(2) $q = p + 1$ であるとき S の最小値を求めよ。

(3) $pq = -1$ であるとき S の最小値を求めよ。

- 4 t を正の定数とする。原点を O とする空間内に、2 点 $A(2t, 2t, 0)$, $B(0, 0, t)$ がある。また動点 P は

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 3$$

を満たすように動く。 OP の最大値が 3 となるような t の値を求めよ。

- 5 サイコロを n 回投げ、 k 回目に出た目を a_k とする。また、 s_n を

$$s_n = \sum_{k=1}^n 10^{n-k} a_k \text{ で定める。}$$

- (1) s_n が 4 で割り切れる確率を求めよ。
- (2) s_n が 6 で割り切れる確率を求めよ。
- (3) s_n が 7 で割り切れる確率を求めよ。