数 問

数　　学

平成29年度(前期)

注　　意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

（例）　受験番号50001番の場合 ⟶

5	0	0	0	1

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 実数 a, b は $a \geqq 1$, $b \geqq 1$, $a+b=9$ を満たす。

(1) $\log_3 a + \log_3 b$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $\log_2 a + \log_4 b$ の最大値と最小値を求めよ。

2 連立方程式

$$\begin{cases} x^2 = yz + 7 \\ y^2 = zx + 7 \\ z^2 = xy + 7 \end{cases}$$

を満たす整数の組 $(x,\ y,\ z)$ で $x \leqq y \leqq z$ となるものを求めよ。

3 $P(0)=1$, $P(x+1)-P(x)=2x$ を満たす整式 $P(x)$ を求めよ。

4 正の実数 a, b, c は $a+b+c=1$ を満たす。連立不等式

$$|ax+by| \leqq 1, \qquad |cx-by| \leqq 1$$

の表す xy 平面の領域を D とする。D の面積の最小値を求めよ。

5 xy 平面上の直線 $x=y+1$ を k, yz 平面上の直線 $y=z+1$ を l, xz 平面上の直線 $z=x+1$ を m とする。直線 k 上に点 $\mathrm{P}_1(1,\ 0,\ 0)$ をとる。l 上の点 P_2 を $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2 \perp l$ となるように定め，m 上の点 P_3 を $\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3 \perp m$ となるように定め，k 上の点 P_4 を $\mathrm{P}_3\mathrm{P}_4 \perp k$ となるように定める。以下，同様の手順で l, m, k, l, m, k, $\cdots$ 上の点 P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}, $\cdots$ を定める。

(1) 点 P_2, P_3 の座標を求めよ。

(2) 線分 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$ の長さを n を用いて表せ。