

平成28年度入学試験問題

数 学

(教員養成課程)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開かないこと。
- 2 問題冊子は表紙を含めて1～3ページです。
- 3 解答用紙は3枚、計算用紙は1枚です。
- 4 解答は指定された解答用紙に記入すること。裏面には何も書かないこと。
- 5 受験番号は解答用紙の指定欄に記入すること。
- 6 解答は、答えだけでなく、計算の過程や説明も書くこと。
- 7 解答用紙のみを提出し、問題冊子・計算用紙は試験終了後、持ち帰ること。なお、いかなる理由があっても解答用紙以外（計算用紙など）は受理しません。
- 8 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等により交換を必要とする場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

問題 1 (70 点)

曲線 $y = \frac{1}{4}x^2$ を C とする。 $p^2 > 4q$ を満たす p, q について、点 $A(p, q)$ から曲線 C に 2 つの接線を引く。次の問いに答えよ。

- (1) 2 つの接線の傾きを求めよ。
- (2) 接線が垂直に交わるのは、点 A がどのような条件を満たすときか。
- (3) 点 A の座標が $(0, -1)$ のとき、2 つの接線と曲線 C とで囲まれた図形の面積を求めよ。

問題 2 (70 点)

$\triangle ABC$ において、辺 BC 上に点 P をとり、 $\angle BAC = \alpha$, $\angle PAC = \beta$ とする。ただし $\alpha < 90^\circ$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle APC$ の面積を S とするとき、公式

$$S = \frac{1}{2}AP \cdot AC \sin \beta$$

が成り立つことを証明せよ。

- (2) $BP : PC = AB \sin(\alpha - \beta) : AC \sin \beta$ を示せ。
- (3) $\angle C = 90^\circ$ とする。(2) を用いて

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

が成り立つことを示し、 $\sin 15^\circ$ の値を計算せよ。

問題 3 (60 点)

a, p, q は定数で, $p > 0, pa < q$ を満たすとする。数列 $\{a_n\}$ が条件

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = (1+p)a_n - q \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められている。次の問いに答えよ。ただし $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

- (1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおく。すべての自然数 n について, $b_n < 0$ が成り立つことを数学的帰納法を用いて示せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $a = 100, p = 0.2, q = 30$ とする。 $\log_{10} 1.2$ を計算し, 初めて $a_n < 0$ となる自然数 n を求めよ。