

平成29年度入学試験問題

数 学

(教員養成課程)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開かないこと。
- 2 問題冊子は表紙を含めて1～3ページです。
- 3 解答用紙は3枚、計算用紙は1枚です。
- 4 解答は指定された解答用紙に記入すること。裏面には何も書かないこと。
- 5 受験番号は解答用紙の指定欄に記入すること。
- 6 解答は、答えだけではなく、計算の過程や説明も書くこと。
- 7 解答用紙のみを提出し、問題冊子・計算用紙は試験終了後、持ち帰ること。なお、いかなる理由があっても解答用紙以外（計算用紙など）は受理しません。
- 8 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等により交換を必要とする場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

問題 1 (60 点)

x, y の 2 次式 $P = 2x^2 + xy - y^2 - 2x + y$ について、次の問いに答えよ。

- (1) P を因数分解せよ。
- (2) 不等式 $P > 0$ の表す領域を図示せよ。
- (3) 方程式 $P = 3$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

問題 2 (70 点)

数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = -6n^2 + 1$ で表されているとき、次の問いに答えよ。

- (1) n を自然数とすると、公式

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

を証明せよ。

- (2) 不等式 $2^{a_n} > \frac{1}{\sqrt[4]{2^{2017}}}$ を満たす自然数 n をすべて求めよ。
- (3) 数列 $\{2^{a_n}\}$ の初項から第 n 項までの積を b_n とおく。このとき、 b_2 を求めよ。
また、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

問題 3 (70 点)

半径 1 の円に内接する $\triangle ABC$ において、3 辺の長さの和を L とおくとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\angle A, \angle B, \angle C$ の大きさを、それぞれ、 A, B, C とする。

- (1) 三角関数の加法定理を用いて、

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

が成り立つことを示せ。

- (2) C の値は一定であるとする。 L が最大となるのは $A = B$ のときであることを示せ。

- (3) $A = B$ とする。 $t = \sin \frac{C}{2}$ とおくとき、 L^2 を t の式で表せ。また、 L^2 の最大値とそのときの C の値を求めよ。