

数 学

(理系学部)

12:10～14:10

答 案 作 成 上 の 注 意

- 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
- 問題紙は3ページある。
- 解答用紙は

解答用紙番号
数学2—1

 (問①用),

解答用紙番号
数学2—2

 (問②用),

解答用紙番号
数学2—3

 (問③用),

解答用紙番号
数学2—4

 (問④用),
 、

解答用紙番号
数学2—5

 (問⑤用)の5枚である。
- 解答用紙は5枚とも全部かならず提出せよ。
- 受験番号および座席番号(上下2箇所)は、監督員の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所にならず記入せよ。
- 各問に対する解答は、それぞれ3で指定された解答用紙に記入し、裏面を使用してはならない(1問題1枚)。
- 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
- 草案紙は回収しない。本冊子の余白は草案用を使用してさしつかえない。

(理 系 学 部)

- 1 一次変換 f は点 $(1, 2)$ を点 $P(a, 1-a)$ に移す。また点 $(-2, 1)$ の像を Q とするとき、 $\angle POQ$ は直角で、線分 OP と OQ の長さは等しいとする。

このとき、つぎの問いに答えよ。

- (1) f を表す行列 A を a を用いて表せ。
- (2) f が回転となるとき、 A を定めよ。

- 2 平面において、つぎの2本の直線 ℓ と m を考える。ただし $-\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ である。

$$\ell : y = \tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)x,$$

$$m : y = -x + \sqrt{2}\left(1 - \frac{2}{\pi}\theta\right)$$

ℓ と m の交点を $(x(\theta), y(\theta))$ とするとき、つぎの問いに答えよ。

- (1) $y(\theta)$ を求めよ。
- (2) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 + \tan\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2}t\right)}{t}$ を求めよ。
- (3) $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} y(\theta)$ を求めよ。

- 3 $f(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}} - \sin x$ とする。 $f(x) = 0$ となる x は $0 \leq x \leq \pi$ の範囲にはちょうど2個存在し、1個は区間 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ に、1個は区間 $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ にあることを示せ。

- 4 関数 $f(x)$ は $x > 0$ で定義され、

$$(*) \quad \int_1^x (t+x)f(t)dt = 4x-4$$

をみたす。このとき、つぎの問いに答えよ。

- (1) $(*)$ の両辺を微分し、 $y = \int_1^x f(t)dt$ のみたす微分方程式を求めよ。
- (2) $f(x)$ を求めよ。

5

座標平面上の原点からつぎの規則で動く。

格子点(原点を含む)ではコインを投げ、表がでれば x 軸の正の方向に 1, 裏がでれば y 軸の正の方向に 1 進む。

コインを N 回投げ、長さ N だけ進むあいだに、直線 $x = 2$ 上を長さ 1 以上通過する確率を P_N とする。このとき、つぎの問いに答えよ。ただし、コインの表がでる確率、裏がでる確率はいずれも $\frac{1}{2}$ とする。また、格子点とは x 座標と y 座標がともに整数となる点のことである。

- (1) P_4 を求めよ。
- (2) $P_N (N \geq 3)$ を求めよ。
- (3) $\lim_{N \rightarrow \infty} P_N$ を求めよ。