

# 数 学

(理系学部)

12:10～14:10

## 答 案 作 成 上 の 注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。

2. 問題紙は3ページある。

3. 解答用紙は

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学2-1  |

(問1用),

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学2-2  |

(問2用),

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学2-3  |

(問3用),

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学2-4  |

(問4用),

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学2-5  |

(問5用)の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部かならず提出せよ。

5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は、監督員の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所にならず記入せよ。

6. 各問に対する解答は、それぞれ3で指定された解答用紙に記入し、裏面を使用してはならない(1問題1枚)。

7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。

8. 草案紙は回収しない。本冊子の余白は草案用に使用してさしつかえない。

- 1 一枚の硬貨を投げて、A 君と B 君が次のようなゲームを行う。ゲーム開始時における A 君、B 君の得点はともに 0 点とする。毎回の硬貨投げの試行で表がでたとき A 君の勝ち、裏がでたとき B 君の勝ちとし、勝った方に +1 点、負けた方に -1 点がそれまでの得点に加えられるとする。

各試行は独立としてこの試行を続けたとき、次の問いに答えよ。ただし、硬貨の表と裏のでる確率は、ともに  $\frac{1}{2}$  である。また、 $n$  と  $m$  はともに 1 以上の整数とする。

- (1) 3 回の試行の後、A 君の得点が 1 点である場合の数を求めよ。
- (2)  $2n$  回の試行の後、A 君の得点が  $2m$  点である場合の数を求めよ。
- (3)  $2n$  回の試行の後、A 君の得点が  $2m$  点とする。試行開始後 A 君の得点がつねに B 君の得点より多い確率を求めよ。

- 2 曲線  $y = f(x)$  は直線  $y = -1$  と交点をもたないものとする。点  $(t, f(t))$  における曲線  $y = f(x)$  の接線は直線  $y = -1$  と交点をもち、その交点の  $x$  座標を  $g(t)$  とする。

$g(t)$  が  $\frac{dg(t)}{dt} = 1$ ,  $g(1) = 0$  をみたしているとき、次のそれぞれの場合に関数  $f(x)$  を表す式を求めよ。

- (1) 曲線  $y = f(x)$  が点  $(0, 1)$  を通る場合。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  がある点で曲線  $y = x^2 - 4$  と接する場合。

ただし、2 つの曲線が点  $(a, b)$  で接するとは、 $(a, b)$  が 2 つの曲線上にあり、かつ  $(a, b)$  における 2 つの曲線の接線が等しいことをいう。

**3** 平面上で原点  $O$  と異なる定点を  $A(a, b)$  とする。点  $P(x, y)$  は  $\overrightarrow{OA}$  から  $\overrightarrow{OP}$  へはかった角  $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  となる範囲にあるものとし、 $w = \frac{ay - bx}{ax + by}$  とおく。2点  $X, Y$  の間の距離を  $XY$  で表すものとする。

- (1)  $ay - bx$  および  $w$  を  $OA, OP, \theta$  で表せ。
- (2) 定数  $k$  を  $0 < k < OA$  とする。 $0 < AP \leq k$  であるとき、 $w$  のとりうる値の範囲を  $a, b, k$  を用いて表せ。

**4** 次の問いに答えよ。

- (1) 数学的帰納法により次の不等式を証明せよ。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$  とする。

$$\sum_{k=1}^{2^n} \frac{1}{k} \geq \frac{n}{2} + 1$$

- (2) 次の命題は真か偽か。真ならば証明し、偽ならばその例をあげ理由を説明せよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n) = 0 \text{ ならば数列 } \{a_n\} \text{ は収束する。}$$

**5**  $a$  を  $0 \leq a < 1$  の範囲の数とする。

$$F(a) = \int_1^2 |\log(x - a)| dx$$

とおくとき、 $F(a)$  の最小値とそれを与える  $a$  の値を求めよ。