

数 学

(文系学部)

12:40~14:10

解 答 上 の 注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。

2. 問題紙は3ページある。

3. 解答用紙は

解答用紙番号
数学1-1

(問①用),

解答用紙番号
数学1-2

(問②用),

解答用紙番号
数学1-3

(問③用),

解答用紙番号
数学1-4

(問④, ⑤用)

の4枚である。

4. 解答用紙は4枚とも全部かならず提出せよ。

5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は、監督員の指示に従って、すべて解答用紙の指定された箇所にならず記入せよ。

6. 各問に対する解答は、それぞれ3で指定された解答用紙に記入し、裏面を使用してはならない(1問題1枚)。

7. 問④, ⑤は選択問題である。いずれか一方のみ解答せよ。

8. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。

9. 下書き用紙は回収しない。問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。

1 平面上に原点 O を中心とする半径 r の円 C と点 $A(r, 0)$ がある。 y 軸に平行な直線 $x = r$ 上に点 $P(r, t)$ をとる。ただし、 $t \neq 0$ とする。

- (1) 点 P を通り、円 C と接する直線で直線 PA と異なるものを ℓ とする。 ℓ と円 C との接点を T とするとき、点 T の座標を r, t を用いて表せ。
- (2) 線分 AT と線分 OP との交点を Q とする。点 P が直線 $x = r$ の第 1 象限にある部分を動くとき、点 Q の軌跡を求めよ。

2 近似値 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を利用して次の問いに答えよ。

- (1) 18^{35} の桁数を求めよ。
- (2) 18^{35} の最高位の数字が 8 であることを示せ。

3 O を原点とする座標平面上に、点 $A(a, 0)$ を中心とする半径 1 の円 C がある。ただし、 $a \geq 0$ とする。 C と x 軸との交点のうち右側にあるものを B とする。 $0^\circ < \theta \leq 45^\circ$ とし、第 1 象限内で、円 C 上に 2 点 P, Q を $\angle PAB = \theta$, $\angle QAB = 2\theta$ となるようにとる。 P から y 軸に下ろした垂線を PP' とし、 Q から x 軸に下ろした垂線を QQ' とする。 OP' と OQ' を 2 辺とする長方形の面積 S について考える。

- (1) $t = \sin \theta$ とおくとき、 S を a と t で表せ。
- (2) θ が $0^\circ < \theta \leq 45^\circ$ の範囲を動くとき、 S の最大値とそのときの t の値を a で表せ。

4, **5** は選択問題である。いずれか一方のみ解答せよ。

4 0 でない複素数 z に対し, $w = z^2 - \frac{1}{z^2}$ とおく。このとき, w の実部が正になるような z の範囲を複素数平面上に図示せよ。

5 原点を O とする平面において, 点 $A(0, 2)$ とベクトル $\vec{c} = (1, -2)$ をとり, ベクトル方程式 $\vec{p} = \overrightarrow{OA} + t\vec{c}$ で表される直線を ℓ とする。原点 O を発した光が, ℓ 上の点 $Q(a, b)$ で ℓ にあたって反射するとき, その反射光のなす半直線を ℓ' で表す。ただし, 光は直進し, 線分 OQ と ℓ のなす角度は ℓ' と ℓ のなす角度と等しくなるように反射するものとする。

(1) 直線 ℓ に関して O と対称な点 O' の座標を求めよ。

(2) 半直線 ℓ' を含む直線のベクトル方程式が $\vec{p} = \overrightarrow{OQ} + t\vec{d}$ となるようなベクトル $\vec{d}$ を一つ求め, その成分を a を用いて表せ。