

数 学

(理系学部)

12:40~14:40

解 答 上 の 注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。

2. 問題紙は3ページある。

3. 解答用紙は

解答用紙番号
数学2-1

(問[1]用),

解答用紙番号
数学2-2

(問[2]用),

解答用紙番号
数学2-3

(問[3]用),

解答用紙番号
数学2-4

(問[4]用),

解答用紙番号
数学2-5

(問[5]用)の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。

5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は、監督員の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。

6. 各問に対する解答は、それぞれ3で指定された解答用紙に記入し、裏面を使用してはならない(1問題1枚)。

7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。

8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。

9. 下書き用紙は回収しない。

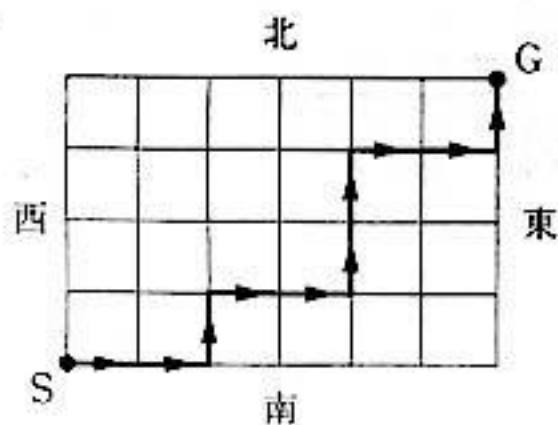
- 1 三角形 ABC において、面積が 1 で $AB = 2$ であるとき、

$$BC^2 + (2\sqrt{3} - 1)AC^2$$

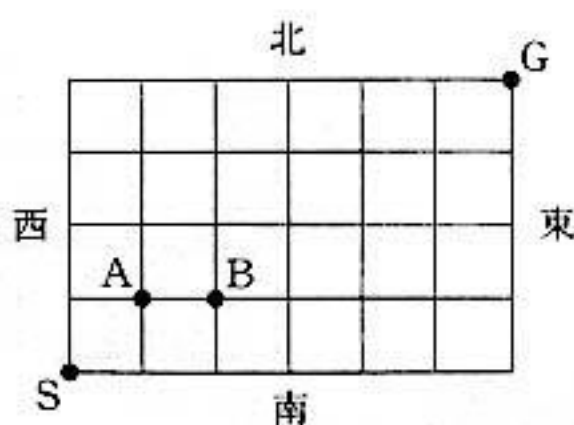
の値を最小にするような $\angle BAC$ の大きさを求めよ。

- 2 図のような碁盤の目状の道路がある。S 地点を出発して、道路上を東または北に進んで G 地点に到達する経路を考える。(図 1 の太線はそのような経路の一例である。)

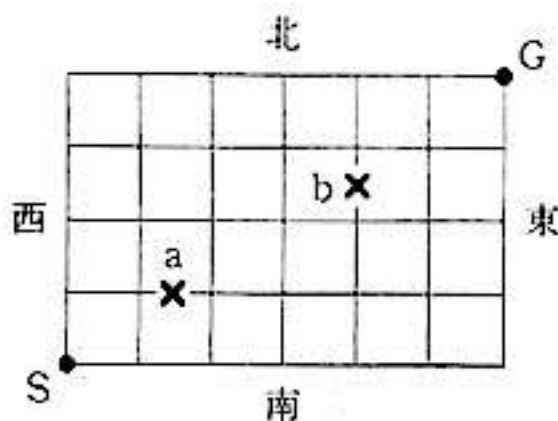
- (1) S 地点から G 地点に至る経路は何通りあるか。
- (2) S 地点から G 地点に至る経路のうち、図 2 の A 地点と B 地点をともに通る経路は何通りあるか。
- (3) 図 3 の a, b の 2 か所が通行止めするとき、S 地点から G 地点に至る経路は何通りあるか。



(図 1)



(図 2)



(図 3)

3 xy 平面上の2直線 L_1, L_2 を

$$L_1: y = 0 \quad (x \text{ 軸})$$

$$L_2: y = \sqrt{3} x$$

で定める。 P を xy 平面上の点とする。直線 L_1 に関して P と対称な点を Q 、直線 L_2 に関して P と対称な点を R とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) P の座標を (a, b) とするとき、 R の座標を a, b を用いて表せ。
- (2) 2点 Q, R の距離が2になるような P の軌跡 C を求めよ。
- (3) 点 P が C 上を動くとき、三角形 PQR の面積の最大値とそれを与える P の座標を求めよ。

4 $f(x)$ を周期1の周期関数とする。すなわち、 $f(x+1)=f(x) \quad (-\infty < x < \infty)$ とする。 a を実数とし、 $p = \int_0^1 e^{ax} f(x) dx$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) n を自然数とするとき、 $\int_n^{n+1} e^{ax} f(x) dx$ を p を用いて表せ。
- (2) n を自然数とするとき、 $\int_0^n e^{ax} f(x) dx$ を p を用いて表せ。
- (3) 周期1の周期関数 $f(x)$ が $0 \leq x \leq 1$ の範囲で

$$f(x) = -\left|x - \frac{1}{2}\right| + \frac{3}{2}$$

であるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n e^{-x} f(x) dx$ を求めよ。

5 関数 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-px}} - ax$ が極値をもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。ただし、 p は正の定数で、 e は自然対数の底である。