

(理 系 学 部)

1

- (1) 次の不等式の表す領域 D を図示せよ。

$$|x| \leq y \leq -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

- (2) 点 A を $(-\frac{7}{2}, 0)$ とし、点 B を直線 AB が $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ に接するような領域 D の点とする。点 P が D を動くとき三角形 ABP の面積の最大値を求めよ。

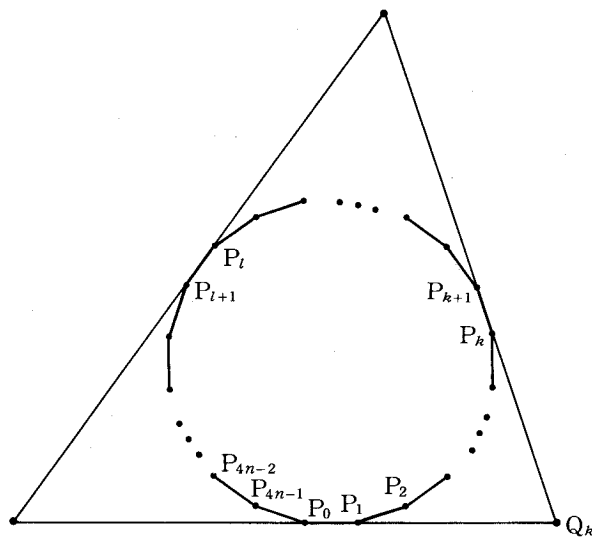
- (3) 領域 D の点 (x, y) について $\frac{y}{x + \frac{7}{2}}$ がとる値の範囲を求めよ。

2

n を自然数とし、正 $4n$ 角形 $P_0 \cdots P_{4n-1}$ を考える。

(1) 辺 P_0P_1 と辺 P_kP_{k+1} ($1 \leq k \leq 2n-1$) を延長した直線の交点を Q_k とする。このとき、 $\angle P_0Q_kP_{k+1}$ の大きさを求めよ。

(2) 3 辺 P_0P_1 , P_kP_{k+1} , P_lP_{l+1} ($k < l$) を延長したとき、正 $4n$ 角形 $P_0 \cdots P_{4n-1}$ を含む鋭角三角形ができるような k と l の組は何通りあるか。



3

空間内の4点 $O(0, 0, 0)$, $A(-1, 1, 0)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 1, 1)$ をとる。

- (1) 直線 OA 上の点 H をとって CH と OA が垂直であるようにする。 H の座標を求めよ。 $\angle CHC' = \theta$ として $\cos \theta$ の値を求めよ。ただし $C' = (0, 1, 0)$ とする。
- (2) 直線 OA 上の点 P と直線 BC 上の点 Q との距離 $\overline{PQ}$ が最小となる P, Q の座標を求めよ。

4

次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $Ae^x - x = 0$ が $0 < x < 3$ の範囲で異なる 2 つの解をもつための実数 A の範囲を求めよ。ただし $e = 2.71 \cdots$ は自然対数の底である。

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t \cos t \, dt$ の値を求めよ。

(3)
$$\begin{cases} \log f(x) = x - 3 + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cos t \, dt \\ f(0) < 1 \end{cases}$$

をみたす関数 $f(x)$ が 2 つ存在することを示せ。ただし, $\log$ は自然対数とする。

5

次の問いに答えよ。

- (1) 正の数 t , 実数 p, q に対して関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は, 条件

$$f(0) = 1, f'(0) = 2, f(t) = p, f'(t) = q \cdots \cdots (*)$$

をみたすとする。このとき, c, d を求め, a, b を t, p, q で表せ。

- (2) 上の条件(*)をみたす $f(x)$ について, 3つの不等式 $a \leq 0, b \leq 0, p \geq 0$

を同時にみたすような p, q によって定まる点 (p, q) のなす領域を座標平面上に図示し, その面積 S を t を用いて表せ。

- (3) t が $t > 0$ なる範囲を動くとき, S の値が最小となる t の値と S の最小値を求めよ。