

数 学

(理系学部)

12 : 30 ~ 14 : 30

注 意

- 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
- 問題紙は 3 ページある。
- 解答用紙は

解答用紙番号
数学 2—1

 (問①用),

解答用紙番号
数学 2—2

 (問②用),

解答用紙番号
数学 2—3

 (問③用),

解答用紙番号
数学 2—4

 (問④用),

解答用紙番号
数学 2—5

 (問⑤用) の 5 枚である。
- 解答用紙は 5 枚とも全部必ず提出せよ。
- 受験番号および座席番号(上下 2 箇所)は、監督員の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
- 各問に対する解答は、それぞれ 3 で指定された解答用紙に記入せよ。ただし、裏面を使用してはならない。
- 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
- 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

(理 系 学 部)

1 実数 x, y, z は $x \leq y \leq z \leq 1$ かつ $4x + 3y + 2z = 1$ をみたすとする。

(1) x の最大値と y の最小値を求めよ。

(2) $3x - y + z$ の値の範囲を求めよ。

2 空間内に、3点 $A_0(1, 0, 0)$, $A_1(1, 1, 0)$, $A_2(1, 0, 1)$ を通る平面 α と、3点 $B_0(2, 0, 0)$, $B_1(2, 1, 0)$, $B_2(-\frac{5}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2})$ を通る平面 β を考える。

(1) 空間の基本ベクトルを $\vec{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\vec{e}_2 = (0, 1, 0)$, $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$ とおくと、ベクトル $\vec{OA_0}$, $\vec{A_0A_1}$, $\vec{A_0A_2}$, $\vec{OB_0}$, $\vec{B_0B_1}$, $\vec{B_0B_2}$ を $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ で表せ。ただし、 O は空間の原点を表す。

(2) 原点 O と α 上の点 P を通る直線が β 上の点 P' も通っているとする。

$$\vec{OP} = \vec{OA_0} + a\vec{A_0A_1} + b\vec{A_0A_2}$$

$$\vec{OP'} = \vec{OB_0} + p\vec{B_0B_1} + q\vec{B_0B_2}$$

とおくとき、 a, b を p, q で表せ。

(3) 点 P が α 上の点 A_0 を中心とする半径 1 の円 C の円周上を動くとき、点 P' が動いてできる図形 C' の方程式を(2)の p, q で表し、 C' が楕円であることを示せ。

3 y 軸上の 2 点 $A(0, 1)$, $B(0, 2)$ と x 軸上の正の部分動く点 $P(a, 0)$ を考える。 $\theta = \angle APB$ とおく。

- (1) $\cos \theta$ を a で表せ。
- (2) θ が最大になる a を求めよ。

4 (1) 整数 m, n に対して積分 $I_{m, n} = \int_0^{2\pi} \cos mx \cos nx \, dx$ を求めよ。

(2) 自然数 n に対して積分 $J_n = \int_0^{2\pi} \left(\sum_{k=1}^n \sqrt{k} \cos kx \right)^2 dx$ を求めよ。

5 1 つのさいころを投げ続けて、同じ目が 2 回連続して出たら終了するものとする。

- (1) 4 回目以内 (4 回目も含む) に終了する確率を求めよ。
- (2) r 回目以内 (r 回目も含む) に終了する確率を求めよ。ただし、 $r \geq 2$ とする。