

数 学

(文系学部)

12 : 30 ~ 14 : 00

注 意

- 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
- 問題紙は 3 ページある。
- 解答用紙は

解答用紙番号
数学 1 — 1

 (問 $\boxed{1}$ 用),

解答用紙番号
数学 1 — 2

 (問 $\boxed{2}$ 用),

解答用紙番号
数学 1 — 3

 (問 $\boxed{3}$ 用),

解答用紙番号
数学 1 — 4

 (問 $\boxed{4}$ 用)
- の 4 枚である。
- 解答用紙は 4 枚とも全部必ず提出せよ。
- 受験番号および座席番号(上下 2 箇所)は、監督員の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
- 各問に対する解答は、それぞれ 3 で指定された解答用紙に記入せよ。ただし、裏面を使用してはならない。
- 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
- 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

(文 系 学 部)

1 a, b を実数とする。方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が実数解をもち、すべての解の絶対値が 1 以下であるとする。

- (1) この条件を満たす点 (a, b) 全体を ab 平面上に図示せよ。
- (2) $a + 2b$ の最大値と最小値を求めよ。

2 方程式 $x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$ で定義される円 C を考える。

- (1) 点 $A(-\sqrt{2}, 0)$ と $O(0, 0)$ を通り中心の座標が $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ および $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 2)$ である 2 つの円は、どちらも円 C に接することを示せ。
- (2) 点 P が円 C 上を動くとき、 $\cos \angle APO$ の最大値と最小値を求めよ。

3 数 1, 2, 3 を重複を許して n 個並べてできる数列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ を考える。

- (1) 条件 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n = j$ を満たす数列が $A_n(j)$ 通りあるとする。ただし、 $j = 1, 2, 3$ とする。
 - (i) $A_n(1), A_n(2)$ を求めよ。
 - (ii) $n \geq 2$ のとき、 $A_n(3)$ を $A_{n-1}(1), A_{n-1}(2), A_{n-1}(3)$ で表し、 $A_n(3)$ を求めよ。
- (2) $n \geq 2$ のとき、条件

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{n-1} \text{ かつ } a_{n-1} > a_n$$

を満たす数列は何通りあるか。

4 $a > 0$, $b \geq 0$, $0 < p < 1$ とし, 関数 $y = ax - bx^2$ のグラフは定点 $P(p, p^2)$ を通るとする。このグラフの $0 \leq x \leq p$ に対応する部分を C で表す。

(1) b を a と p を用いて表せ。

(2) a が範囲 $p \leq a \leq 1$ を動くとき, C 上の点 (x, y) の動く領域を D とする。

(i) x を固定して y の動く範囲を求めよ。

(ii) D を図示せよ。

(3) D の面積 S を p で表し, $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{3}{4}$ の範囲で S の最大値と最小値を求めよ。