

# 数 学

(文系学部)

9 : 00 ~ 10 : 30

## 注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。

3. 解答用紙は
 

解答用紙番号
数学1-1

 (問①用),
 

解答用紙番号
数学1-2

 (問②用),
 

解答用紙番号
数学1-3

 (問③用),
 

解答用紙番号
数学1-4

 (問④用)

の4枚である。

4. 解答用紙は4枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は、監督員の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は、それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。  
ただし、裏面を使用してはならない。
7. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
8. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

## 解 答 上 の 注 意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

(文 系 学 部)

1  $a$  を正の実数とし、2つの放物線

$$C_1 : y = x^2$$

$$C_2 : y = x^2 - 4ax + 4a$$

を考える。

- (1)  $C_1$  と  $C_2$  の両方に接する直線  $l$  の方程式を求めよ。
- (2) 2つの放物線  $C_1$ ,  $C_2$  と直線  $l$  で囲まれた図形の面積を求めよ。

2 A, B それぞれがさいころを1回ずつ投げる。

- (i) 同じ目が出たときはAの勝ちとし、異なる目が出たときには大きい目を出した方の勝ちとする。
- (ii)  $p, q$  を自然数とする。Aが勝ったときは、Aが出した目の数の $p$ 倍をAの得点とする。Bが勝ったときには、Bが出した目の数にAが出した目の数の $q$ 倍を加えた合計をBの得点とする。負けた者の得点は0とする。

Aの得点の期待値を $E_A$ , Bの得点の期待値を $E_B$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $E_A, E_B$  をそれぞれ  $p, q$  で表せ。
- (2)  $E_A = E_B$  となる最小の自然数  $p$  と、そのときの  $E_A$  の値を求めよ。

**3**  $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$  を第  $n$  項とする数列を、次のように奇数個ずつの群に分ける。

$$\{a_1\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}, \dots$$

第1群      第2群                  第3群

$k$  を自然数として、以下の問いに答えよ。

- (1) 第  $k$  群の最初の項を求めよ。
- (2) 第  $k$  群に含まれるすべての項の和  $S_k$  を求めよ。
- (3)  $(k^2 + 1)S_k \leq \frac{1}{100}$  を満たす最小の自然数  $k$  を求めよ。

**4** 直角三角形 ABC において、 $\angle C = \frac{\pi}{2}$ 、 $AB = 1$  であるとする。 $\angle B = \theta$  とおく。点 C から辺 AB に垂線 CD を下ろし、点 D から辺 BC に垂線 DE を下ろす。

AE と CD の交点を F とする。

- (1)  $\frac{DE}{AC}$  を  $\theta$  で表せ。
- (2)  $\triangle FEC$  の面積を  $\theta$  で表せ。