

数 学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B，数C)

9：00～11：00

注 意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は

解答用紙番号
数学0—1

(問①用)，

解答用紙番号
数学0—2

(問②用)，

解答用紙番号
数学0—3

(問③用)，

解答用紙番号
数学0—4

(問④用)，

解答用紙番号
数学0—5

(問⑤用)の5枚である。
4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督員の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B, 数C)

1 k は実数, a, b, c, d は $ad - bc = 1$ を満たす実数とする。行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$
 の表す移動は以下の 3 条件を満たすとする。

- (イ) 直線 $y = x$ 上の点は直線 $y = x$ 上の点に移る。
- (ロ) 直線 $y = -x$ 上の点は直線 $y = -x$ 上の点に移る。
- (ハ) x 軸上の点は直線 $y = kx$ 上の点に移る。

(1) k のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) A を k で表せ。

2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ で定義された関数

$$f(\theta) = 4 \cos 2\theta \sin \theta + 3\sqrt{2} \cos 2\theta - 4 \sin \theta$$

を考える。

(1) $x = \sin \theta$ とおく。 $f(\theta)$ を x で表せ。

(2) $f(\theta)$ の最大値と最小値, およびそのときの θ の値を求めよ。

(3) 方程式 $f(\theta) = k$ が相異なる 3 つの解をもつような実数 k の値の範囲を求めよ。

3 次の問に答えよ。

(1) $x \geq 0$ のとき, $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$ を示せ。

(2) $x \geq 0$ のとき, $\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{30} \leq \int_0^x t \sin t \, dt \leq \frac{x^3}{3}$ を示せ。

(3) 極限值

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3}$$

を求めよ。

4 実数 a, b に対して, $f(x) = x^2 - 2ax + b$, $g(x) = x^2 - 2bx + a$ とおく。

(1) $a \neq b$ のとき, $f(c) = g(c)$ を満たす実数 c を求めよ。

(2) (1) で求めた c について, a, b が条件 $a < c < b$ を満たすとする。このとき, 連立不等式

$$f(x) < 0 \text{ かつ } g(x) < 0$$

が解をもつための必要十分条件を a, b を用いて表せ。

(3) 一般に $a < b$ のとき, 連立不等式

$$f(x) < 0 \text{ かつ } g(x) < 0$$

が解をもつための必要十分条件を求め, その条件を満たす点 (a, b) の範囲を ab 平面上に図示せよ。

5 A と B の 2 チームが試合を行い, どちらかが先に k 勝するまで試合をくり返す。各試合で A が勝つ確率を p , B が勝つ確率を q とし, $p + q = 1$ とする。

A が B より先に k 勝する確率を P_k とおく。

(1) P_2 を p と q で表せ。

(2) P_3 を p と q で表せ。

(3) P_4 を p と q で表せ。

(4) $\frac{1}{2} < q < 1$ のとき, $P_4 < P_3$ であることを示せ。