

数 学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数A，数B)

9：00～10：30

注 意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は

解答用紙番号
数学0—1

 (問①用)，

解答用紙番号
数学0—2

 (問②用)，

解答用紙番号
数学0—3

 (問③用)，

解答用紙番号
数学0—4

 (問④用)
- の4枚である。
4. 解答用紙は4枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

(数Ⅰ，数Ⅱ，数A，数B)

1 $f(x) = \sqrt{2} \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) とする。

- (1) $t = \sin x + \cos x$ とおき， $f(x)$ を t の関数で表せ。
- (2) t の取り得る値の範囲を求めよ。
- (3) $f(x)$ の最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ。

2 次の規則に従って座標平面を動く点 P がある。2 個のサイコロを同時に投げて出た目の積を X とする。

- (i) X が 4 の倍数ならば，点 P は x 軸方向に -1 動く。
- (ii) X を 4 で割った余りが 1 ならば，点 P は y 軸方向に -1 動く。
- (iii) X を 4 で割った余りが 2 ならば，点 P は x 軸方向に $+1$ 動く。
- (iv) X を 4 で割った余りが 3 ならば，点 P は y 軸方向に $+1$ 動く。

たとえば，2 と 5 が出た場合には $2 \times 5 = 10$ を 4 で割った余りが 2 であるから，点 P は x 軸方向に $+1$ 動く。

以下のいずれの問題でも，点 P は原点 $(0, 0)$ を出発点とする。

- (1) 2 個のサイコロを 1 回投げて，点 P が $(1, 0)$ にある確率を求めよ。
- (2) 2 個のサイコロを 1 回投げて，点 P が $(0, 1)$ にある確率を求めよ。
- (3) 2 個のサイコロを 3 回投げて，点 P が $(2, 1)$ にある確率を求めよ。

3 空間ベクトル $\vec{a} = (1, 0, 0)$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ を考える。 $|\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{d}| = 1$ で, $\vec{b}$ は xy 平面上にあり, その y 成分は正とする。また, $\vec{a} \cdot \vec{b} = p$ とおく。

(1) $|p| < 1$ であることを示せ。また, p を用いて $\vec{b}$ の成分表示を書け。

(2) $\vec{c}$ と $\vec{d}$ は相異なり,

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{d} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{d} = p$$

をみたすとする。 $\vec{c}$ の z 成分が正のとき, p を用いて $\vec{c}$ と $\vec{d}$ の成分表示を書け。

(3) 上の条件に加えて $\vec{c} \cdot \vec{d} = p$ であるとき p の値を求めよ。

4 実数 t が $0 \leq t < 8$ をみたすとき, 点 $P(t, t^3 - 8t^2 + 15t - 56)$ を考える。

(1) 点 P から放物線 $y = x^2$ に 2 本の異なる接線が引けることを示せ。

(2) (1)での 2 本の接線の接点を Q および R とする。線分 PQ , PR と放物線 $y = x^2$ で囲まれた領域の面積 $S(t)$ を t を用いて表せ。