

数 学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数A，数B)

9：00～10：30

注 意

- 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
 - 問題紙は3ページある。
 - 解答用紙は

解答用紙番号
数学0—1

 (問1用)，

解答用紙番号
数学0—2

 (問2用)，

解答用紙番号
数学0—3

 (問3用)，

解答用紙番号
数学0—4

 (問4用)
- の4枚である。
- 解答用紙は4枚とも全部必ず提出せよ。
 - 受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
 - 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし，裏面を使用してはならない。
 - 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
 - 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
 - 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1 2つの放物線

$$C_1: y = -x^2 + \frac{3}{2}, \quad C_2: y = (x-a)^2 + a \quad (a > 0)$$

がある。点 $P_1\left(p, -p^2 + \frac{3}{2}\right)$ における C_1 の接線を ℓ_1 とする。

- (1) C_1 と C_2 が共有点を持たないための a に関する条件を求めよ。
- (2) ℓ_1 と平行な C_2 の接線 ℓ_2 の方程式と、 ℓ_2 と C_2 の接点 P_2 の座標を a, p を用いて表せ。
- (3) C_1 と C_2 が共有点を持たないとする。(2) で求めた P_2 と P_1 を結ぶ線分が ℓ_1 と垂直になるとき、 p を求めよ。

2 次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = a_{n+1} + 3a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) 以下が成立するように、実数 s, t ($s > t$) を定めよ。

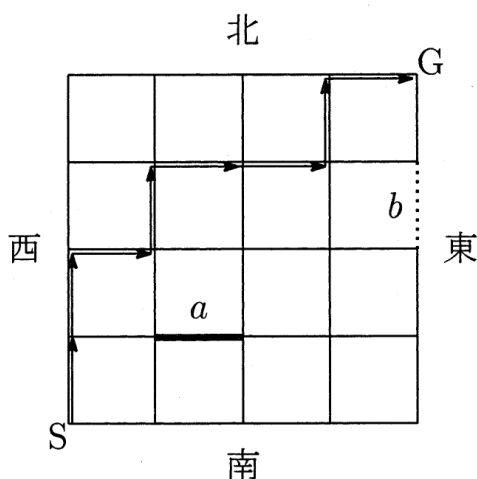
$$\begin{cases} a_{n+2} - sa_{n+1} = t(a_{n+1} - sa_n) \\ a_{n+2} - ta_{n+1} = s(a_{n+1} - ta_n) \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (2) 一般項 a_n を求めよ。

3 $\triangle ABC$ を線分 BC を斜辺とする直角二等辺三角形とし、その外接円の中心を O とする。正の実数 p に対して、 BC を $(p+1):p$ に外分する点を D とし、線分 AD と $\triangle ABC$ の外接円との交点で A と異なる点を X とする。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OD}$ を $\overrightarrow{OC}$, p を用いて表せ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OX}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$, p を用いて表せ。

4 図のような格子状の道路がある。S 地点を出発して、東または北に進んで G 地点に到達する経路を考える。ただし太い実線で描かれた区間 a を通り抜けるのに 1 分、点線で描かれた区間 b を通り抜けるのに 8 分、それ以外の各区間を通り抜けるのに 2 分かかるものとする。たとえば、図の矢印に沿った経路では S を出発し G に到達するまでに 16 分かかる。



- (1) a を通り抜ける経路は何通りあるか。
- (2) a を通り抜けずに b を通り抜ける経路は何通りあるか。
- (3) すべての経路から任意に 1 つ選んだとき、S 地点から G 地点に到達するのにかかる時間の期待値を求めよ。