

数 学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B，数C)

9：00～11：00

注 意

- 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
- 問題紙は3ページある。
- 解答用紙は

解答用紙番号
数学0—1

 (問①用)，

解答用紙番号
数学0—2

 (問②用)，

解答用紙番号
数学0—3

 (問③用)，

解答用紙番号
数学0—4

 (問④用)，

解答用紙番号
数学0—5

 (問⑤用)の5枚である。
- 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
- 受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
- 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし，裏面を使用してはならない。
- 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
- 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
- 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1 $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2$ とする。

- (1) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値、およびそのときの x を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ に 2 点 $(a, f(a))$ と $(b, f(b))$ ($a < b$) で接する直線の方程式を求めよ。

2 四面体 $OABC$ は、 $OA = OB = OC = 1$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$ をみたす。辺 OA 上の点 P と辺 OB 上の点 Q を $OP = p$, $OQ = q$, $pq = \frac{1}{2}$ となるようにとる。 $p + q = t$ とし、 $\triangle CPQ$ の面積を S とする。

- (1) t のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) S を t で表せ。
- (3) S の最小値、およびそのときの p , q を求めよ。

3 逆行列をもつ 2 次の正方行列, $A_1, A_2, A_3, \dots$ が, 関係式

$$A_{n+1}A_n = A_n + 2E \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたすとする。さらに $A_1 + E$ は逆行列をもつとする。ここで E は 2 次の単位行列とする。

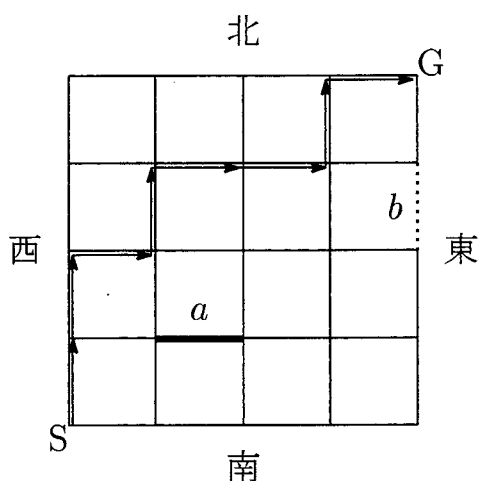
- (1) すべての自然数 n に対して $A_n + E$ は逆行列をもち,

$$(A_{n+1} + E)^{-1} = \frac{1}{2}A_n(A_n + E)^{-1}$$

が成立することを示せ。

- (2) $B_n = (2E - A_n)(A_n + E)^{-1}$ により, 行列 B_n を定める。 B_{n+1} と B_n の間に成立する関係式を求め, B_n を B_1 と n を用いて表せ。

- 4 図のような格子状の道路がある。S 地点を出発して、東または北に進んで G 地点に到達する経路を考える。ただし太い実線で描かれた区間 a を通り抜けるのに 1 分、点線で描かれた区間 b を通り抜けるのに 8 分、それ以外の各区間を通り抜けるのに 2 分かかるものとする。たとえば、図の矢印に沿った経路では S を出発し G に到達するまでに 16 分かかる。



- (1) a を通り抜ける経路は何通りあるか。
- (2) a を通り抜けずに b を通り抜ける経路は何通りあるか。
- (3) すべての経路から任意に 1 つ選んだとき、S 地点から G 地点に到達するのにかかる時間の期待値を求めよ。

5 $f(x) = \int_x^{x+\frac{\pi}{3}} |\sin \theta| d\theta$ とおく。

- (1) $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq \pi$ における $f(x)$ の最大値と最小値、およびそのときの x を求めよ。