

数 学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数A，数B)

9：00～10：30

注 意

- 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
- 問題紙は3ページある。
- 解答用紙は

解答用紙番号
数学0—1

 (問①用)，

解答用紙番号
数学0—2

 (問②用)，

解答用紙番号
数学0—3

 (問③用)，

解答用紙番号
数学0—4

 (問④用)
- の4枚である。
- 解答用紙は4枚とも全部必ず提出せよ。
- 受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
- 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし，裏面を使用してはならない。
- 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
- 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
- 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1

2つの放物線

$$C_1: y = x^2, \quad C_2: y = -(x-1)^2$$

がある。 a は0でない実数とし、 C_1 上の2点 $P(a, a^2)$ 、 $Q(-2a, 4a^2)$ を通る直線と平行な C_1 の接線を ℓ とする。

- (1) ℓ の方程式を a で表せ。
- (2) C_2 と ℓ が異なる2つの共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (3) C_2 と ℓ が異なる2つの共有点 R, S をもつとする。線分 PQ の長さと線分 RS の長さが等しくなるとき、 a の値を求めよ。

2

 p は0でない実数とし

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{p} a_n - (-1)^{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定まる数列 $\{a_n\}$ がある。

- (1) $b_n = p^n a_n$ とする。 b_{n+1} を b_n, n, p で表せ。
- (2) 一般項 a_n を求めよ。

3 平面において、一直線上にない3点 O, A, B がある。 O を通り直線 OA と垂直な直線上に O と異なる点 P をとる。 O を通り直線 OB と垂直な直線上に O と異なる点 Q をとる。ベクトル $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ は \overrightarrow{AB} に垂直であるとする。

(1) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OA}$ を示せ。

(2) ベクトル $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ のなす角を α とする。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする。このときベクトル $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}$ のなす角が $\pi - \alpha$ であることを示せ。

(3) $\frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{OA}|} = \frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OB}|}$ を示せ。

4 ジョーカーを除く1組52枚のトランプのカードを1列に並べる試行を考える。

(1) 番号7のカードが4枚連続して並ぶ確率を求めよ。

(2) 番号7のカードが2枚ずつ隣り合い、4枚連続しては並ばない確率を求めよ。