

# 数 学

(数 I, 数 II, 数 A, 数 B)

9:00~10:30

## 注 意

- 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
- 問題紙は 3 ページある。
- 解答用紙は 

解答用紙番号 数学 0-1	(問①用),
------------------	--------

解答用紙番号 数学 0-2	(問②用),
------------------	--------

  

解答用紙番号 数学 0-3	(問③用),
------------------	--------

解答用紙番号 数学 0-4	(問④用)
------------------	-------

 の 4 枚である。
- 解答用紙は 4 枚とも全部必ず提出せよ。
- 受験番号および座席番号(上下 2箇所)は、監督者の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
- 各問に対する解答は、それぞれ 3 で指定された解答用紙に記入せよ。ただし、裏面を使用してはならない。
- 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
- 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
- 問題紙・下書き用紙は回収しない。

## 解 答 上 の 注 意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1 2つの放物線

$$C_1 : y = x^2, \quad C_2 : y = -(x - 1)^2$$

がある。 $a$  は 0 でない実数とし、 $C_1$  上の 2 点  $P(a, a^2)$ ,  $Q(-2a, 4a^2)$  を通る直線と平行な  $C_1$  の接線を  $\ell$  とする。

- (1)  $\ell$  の方程式を  $a$  で表せ。
- (2)  $C_2$  と  $\ell$  が異なる 2 つの共有点をもつような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $C_2$  と  $\ell$  が異なる 2 つの共有点  $R, S$  をもつとする。線分  $PQ$  の長さと線分  $RS$  の長さが等しくなるとき、 $a$  の値を求めよ。

2  $p$  は 0 でない実数とし

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{p} a_n - (-1)^{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定まる数列  $\{a_n\}$  がある。

- (1)  $b_n = p^n a_n$  とする。 $b_{n+1}$  を  $b_n, n, p$  で表せ。
- (2) 一般項  $a_n$  を求めよ。

**3** 平面において、一直線上にない3点O, A, Bがある。Oを通り直線OAと垂直な直線上にOと異なる点Pをとる。Oを通り直線OBと垂直な直線上にOと異なる点Qをとる。ベクトル $\vec{OP} + \vec{OQ}$ は $\vec{AB}$ に垂直であるとする。

- (1)  $\vec{OP} \cdot \vec{OB} = \vec{OQ} \cdot \vec{OA}$ を示せ。
- (2) ベクトル $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ のなす角を $\alpha$ とする。ただし,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする。このときベクトル $\vec{OP}$ ,  $\vec{OQ}$ のなす角が $\pi - \alpha$ であることを示せ。
- (3)  $\frac{|\vec{OP}|}{|\vec{OA}|} = \frac{|\vec{OQ}|}{|\vec{OB}|}$ を示せ。

**4** ジョーカーを除く1組52枚のトランプのカードを1列に並べる試行を考える。

- (1) 番号7のカードが4枚連続して並ぶ確率を求めよ。
- (2) 番号7のカードが2枚ずつ隣り合い, 4枚連続しては並ばない確率を求めよ。