

数 学

(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数A, 数B)

9 : 00 ~ 10 : 30

注 意

- 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
- 問題紙は3ページある。
- 解答用紙は

解答用紙番号
数学0—1

 (問①用),

解答用紙番号
数学0—2

 (問②用),

解答用紙番号
数学0—3

 (問③用),

解答用紙番号
数学0—4

 (問④用)
- の4枚である。
- 解答用紙は4枚とも全部必ず提出せよ。
- 受験番号および座席番号(上下2箇所)は、監督者の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
- 各問に対する解答は、それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし、裏面を使用してはならない。
- 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
- 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
- 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

- 1 a, b, c を実数とし,

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

とおく。曲線 $C: y = f(x)$ 上に異なる 2 点 $P(s, f(s)), Q(t, f(t))$ がある。

- (1) P における C の接線の方程式を求めよ。
- (2) P における C の接線と Q における C の接線が平行になるための条件を s, t, a の関係式として求めよ。
- (3) (2) の条件のもとで、線分 PQ の中点が C 上にあることを示せ。

- 2 $f(x) = |x(x-2)| + |(x-1)(x-4)| + 3x - 10 \quad (-2 \leq x \leq 4)$ とおく。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。グラフと x 軸との 2 つの交点の x 座標 α, β ($\alpha < \beta$) の値も求めよ。
- (2) (1) の α, β に対して、定積分 $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$ の値を求めよ。

3 $\triangle ABC$ が、 $AB = 2$ 、 $AC = 1 + \sqrt{3}$ 、 $\angle ACB = 45^\circ$ をみたすとする。

- (1) $\beta = \angle ABC$ とおくとき、 $\sin \beta$ および $\cos 2\beta$ の値を求めよ。
- (2) (1)の β の値をすべて求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とする。 $\triangle ABC$ が鋭角三角形であるとき、 $\overrightarrow{OC} = s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}$ をみたす実数 s, t を求めよ。

4 x, y を自然数とする。

- (1) $\frac{3x}{x^2 + 2}$ が自然数であるような x をすべて求めよ。
- (2) $\frac{3x}{x^2 + 2} + \frac{1}{y}$ が自然数であるような組 (x, y) をすべて求めよ。