数　　学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B)

9：00～11：00

注　　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は 解答用紙番号 数学0—1 (問1用)，解答用紙番号 数学0—2 (問2用)，解答用紙番号 数学0—3 (問3用)，解答用紙番号 数学0—4 (問4用)，解答用紙番号 数学0—5 (問5用)の5枚である。
4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. **受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。**
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解答上の注意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

◇M10(630—93)

1 座標空間の4点 $\mathrm{A}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1}{2},\ 0\right)$，$\mathrm{B}(0,\ 0,\ 1)$，
$\mathrm{C}\left(-\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ -1\right)$，$\mathrm{D}\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ -1\right)$に対し，

$$\vec{p}=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}},\qquad \vec{q}=(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OC}}+s\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

とおく。ただし，O は原点，s と t は実数とする。

(1) $|\vec{p}|$，$|\vec{q}|$ と内積 $\vec{p}\cdot\vec{q}$ を s，t で表せ。

(2) $t=\dfrac{1}{2}$ のとき，ベクトル $\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角が $\dfrac{3}{4}\pi$ となるような s の値を求めよ。

(3) s と t が実数を動くとき，$|\vec{p}-\vec{q}|$ の最小値を求めよ。

2 $z+\dfrac{4}{z}$ が実数となるような0と異なる複素数 z の全体を D とする。

(1) D を複素数平面上に図示せよ。

(2) k を実数とする。D に属する z で方程式

$$k\left(z+\frac{4}{z}+8\right)=i\left(z-\frac{4}{z}\right)$$

を満たすものが存在するような k の値の範囲を求めよ。ただし，i は虚数単位を表す。

3 数字の2が書かれたカードが2枚，同様に，数字の0，1，8が書かれたカードがそれぞれ2枚，あわせて8枚のカードがある。これらから4枚を取り出し，横一列に並べてできる自然数をnとする。ただし，0のカードが左から1枚または2枚現れる場合は，nは3桁または2桁の自然数とそれぞれ考える。例えば，左から順に0，0，1，1の数字のカードが並ぶ場合のnは11である。

(1) a，b，c，dは整数とする。$1000a+100b+10c+d$が9の倍数になることと$a+b+c+d$が9の倍数になることは同値であることを示せ。

(2) nが9の倍数である確率を求めよ。

(3) nが偶数であったとき，nが9の倍数である確率を求めよ。

4 座標平面上に3点O(0，0)，A$\left(\frac{15}{2}, 0\right)$，B(11，11)がある。条件

$$\mathrm{BQ} \geqq \mathrm{OQ} \geqq 2\,\mathrm{AQ}$$

を満たす点Q(x, y)の全体をDとする。

(1) Dを座標平面上に図示せよ。また，BQ = OQ = 2AQとなるすべての点Qの座標を求めよ。

(2) $0 < p \leqq 11$とし，Pを点$(p, 11)$とする。条件OQ ≧ PQを満たすDの点Qが存在するようなpの値の範囲を求めよ。

5 2つの関数

$$f(x) = \cos x,\quad g(x) = \sqrt{\frac{\pi^2}{2} - x^2} - \frac{\pi}{2}$$

がある。

(1) $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$のとき，不等式$\frac{2}{\pi}x \leqq \sin x$が成り立つことを示せ。

(2) $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$のとき，不等式$g(x) \leqq f(x)$が成り立つことを示せ。

(3) $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$の範囲において，2つの曲線$y = f(x)$，$y = g(x)$および$y$軸が囲む部分の面積を求めよ。