

1998 年度 入 学 試 験 問 題

(工 学 部 A)

数 学 (90 分)

I. 解答上の注意

1. 〔I〕, 〔II〕の問題文中の **ア**, **イ**, **ウ**… のそれぞれには, 特に指示がないかぎり, $-$ (マイナスの符号), または, $0 \sim 9$ までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び, マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。ただし, 分数の形で解答が求められているときには, 符号は分子に付け, 既約分数で解答しなさい。

〔例〕 $\frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには, 以下のようにマークしなさい。

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9
ウ	☐	0	☒	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9

2. マークシートの解答用紙の記入上の注意については, 問題冊子の裏表紙に記載してありますから, この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし, 問題冊子を開いてはいけません。
3. 〔III〕, 〔IV〕の問題の解答は, 記述式の解答用紙に解答しなさい。記述式の解答には, 答を導くための途中の経過, および答を記入しなさい。
4. 問題文は 4 ページから 11 ページまでです。

II. 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- (1) HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペンを用いてマークしてはいけません。
- (2) 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。
- (3) マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- (4) 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。
- (5) アの解答を 3 にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	枠外にはみ出してマークしてはいけません。
ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしてはいけません。
ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	×を書いてマークしてはいけません。

〔I〕（この問題の解答は、マークシートの解答用紙にマークして解答しなさい。）

- (1) 1 から 1100 までの整数の集合を U とする。 U の部分集合 S に対して、 S に含まれる数の個数を $n(S)$ で表す。また、 S に含まれない U の数の集合を $\overline{S}$ で表す。

A を 6 で割り切れる U の数の集合とするとき、 $n(A) =$ アイウ である。

B を 8 で割り切れる U の数の集合とするとき、 $n(B) =$ エオカ である。

したがって、 $n(A \cap B) =$ キク , $n(A \cup B) =$ ケコサ である。

また、 $n(\overline{A \cap B}) =$ シスセ である。

(2) p を正の定数とし、2 次方程式

$$px^2 - 3x - 7 = 0$$

の 2 つの解を α , β とする。このとき

$$\alpha^3 + \beta^3 = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{p^3} + \frac{\boxed{\text{チツ}}}{p \boxed{\text{テ}}}$$

となる。ここで α , β が

$$\alpha^3 + \beta^3 = 36$$

をみたすならば

$$p = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

〔Ⅱ〕（この問題の解答は，マークシートの解答用紙にマークして解答しなさい。）

n を 2 以上の整数として，次の積分

$$I = \int_0^1 (1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1}) \{1 + 3x + 5x^2 + \cdots + (2n-1)x^{n-1}\} dx$$

を計算する。

ここで，次のページの

カ

，

セ

 については，次の ①～⑨の中から 1 つを選んでマークして解答しなさい。

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| ① $f(x)$ | ① $f'(x)$ | ② $f'(x) + xf(x)$ |
| ③ $f(x) + xf'(x)$ | ④ $f'(x) - xf(x)$ | ⑤ $f(x) - xf'(x)$ |
| ⑥ $xf(x)$ | ⑦ $xf'(x)$ | ⑧ $xf(x)f'(x)$ |
| ⑨ $x\{f(x)\}^2$ | | |

また，次のページの

ソ

 については，次の ①～⑨の中から 1 つを選んでマークして解答しなさい。

- | | | |
|--------------|-----------|-------------|
| ① $n-1$ | ① n | ② $n+1$ |
| ③ $(n-1)^2$ | ④ n^2 | ⑤ $(n+1)^2$ |
| ⑥ n^2-1 | ⑦ n^2+1 | ⑧ n^3 |
| ⑨ $n(n+1)^2$ | | |

$$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{n-1}$$

とおくと

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}} x^2 + \cdots + (n - \boxed{\text{エ}}) x^{n-1} \boxed{\text{オ}}$$

である。また

$$\{xf(x)\}' = \boxed{\text{カ}}$$

であるから

$$\begin{aligned} & xf'(x) + \{xf(x)\}' \\ &= \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} x + \boxed{\text{ケ}} x^2 + \boxed{\text{コ}} x^3 + \cdots + (\boxed{\text{サ}} n - \boxed{\text{シ}}) x^{n-1} \boxed{\text{ス}} \end{aligned}$$

となる。

したがって

$$I = \int_0^1 (\boxed{\text{セ}})' dx = [\boxed{\text{セ}}]_0^1 = \boxed{\text{ソ}}$$

となる。

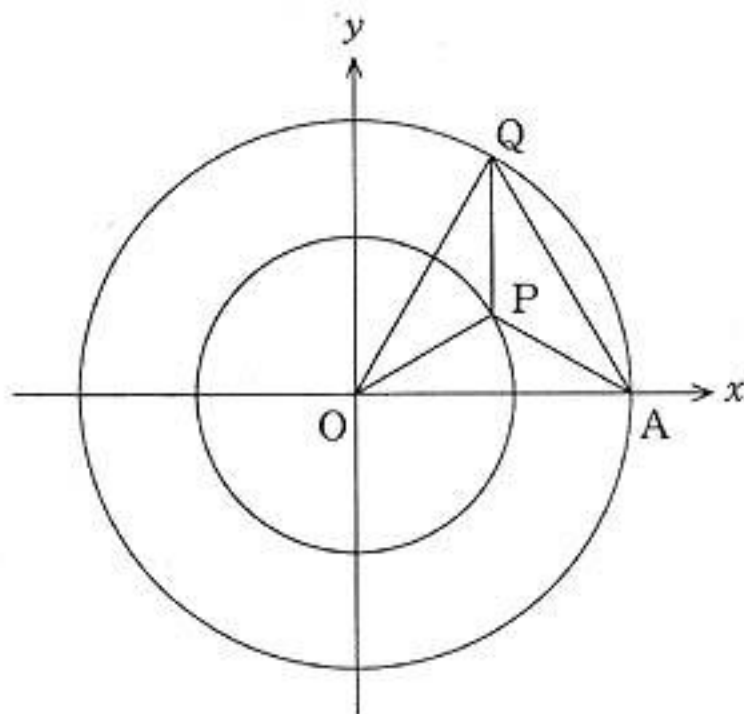
〔Ⅲ〕（この問題の解答は、記述式の解答用紙に解答しなさい。解答には、答を導くための途中の経過、および答を記入しなさい。）

O を原点とする座標平面上に、点 $A(\sqrt{3}, 0)$, P , Q がある。点 P は O を中心とする半径 1 の円周上にあり、点 Q は O を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円周上にあって、 $\angle AOP = \theta$, $\angle AOQ = 2\theta$ とする。

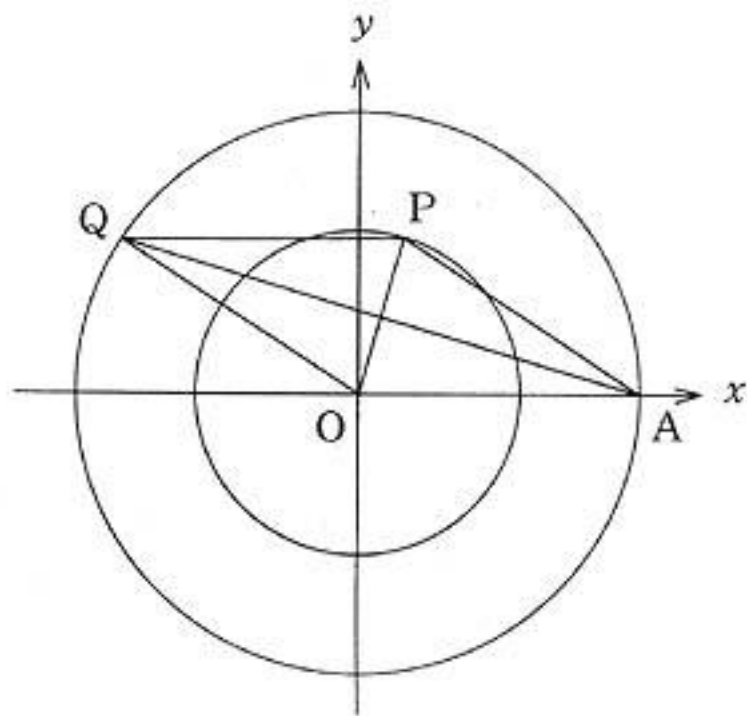
直線 AP が O を中心とする半径 1 の円の接線となるとき、 $\angle AOP$ を θ_0 とする。 $0 < \theta < \pi$ とするとき、次の(1), (2), (3)に答えよ。

(1) $\cos \theta_0$, $\sin \theta_0$ を求めよ。

(2) $0 < \theta < \theta_0$ のとき、 $\triangle APQ$ の面積 S の最大値 S_1 を求めよ。



- (3) $\theta_0 < \theta < \pi$ のとき, $\triangle APQ$ の面積 S の最大値 S_2 を求めよ。



〔IV〕（この問題の解答は、記述式の解答用紙に解答しなさい。解答には、答を導くための途中の経過、および答を記入しなさい。）

n を 3 以上の自然数として、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -x^3 + nx^2$$

とするとき、次の(1), (2)に答えよ。

(1) $f(x)$ の極大値を与える x の値を求めよ。

- (2) x が $3 \leq x \leq n$ の範囲の整数値を動くとき、 $f(x)$ の最大値を n で表せ。
($n = 3m, 3m + 1, 3m + 2$ の3つの場合に分けて考えよ。ただし、 m は自然数とする。)

(以上)