

# 法政大学

## 1999 年度 入学試験 問題

(工 学 部 A)

数 学 (90 分)

### I. 解答上の注意

1. 〔I〕, 〔II〕の問題文中の ア, イ, ウ…のそれぞれには, 特に指示がないかぎり,  $-$  (マイナスの符号), または,  $0 \sim 9$  までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び, マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。ただし, 分数の形で解答が求められているときには, 符号は分子に付け, 既約分数で解答しなさい。

〔例〕  $\frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$  に  $\frac{-\sqrt{3}}{14}$  と答えたいときには, 以下のようにマークし

なさい。

|   |                                  |   |                                  |   |                                  |                                  |   |   |   |   |   |
|---|----------------------------------|---|----------------------------------|---|----------------------------------|----------------------------------|---|---|---|---|---|
| ア | <input checked="" type="radio"/> | 0 | 1                                | 2 | 3                                | 4                                | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| イ | <input type="radio"/>            | 0 | 1                                | 2 | <input checked="" type="radio"/> | 4                                | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| ウ | <input type="radio"/>            | 0 | <input checked="" type="radio"/> | 2 | 3                                | 4                                | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| エ | <input type="radio"/>            | 0 | 1                                | 2 | 3                                | <input checked="" type="radio"/> | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

2. マークシートの解答用紙の記入上の注意については, 問題冊子の裏表紙に記載してありますから, この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし, 問題冊子を開いてはいけません。
3. 〔III〕, 〔IV〕の問題の解答は, 記述式の解答用紙に解答しなさい。記述式の解答には, 答を導くための途中の経過, および答を記入しなさい。
4. 問題文は 4 ページから 13 ページまでです。

〔I〕（この問題の解答は、マークシートの解答用紙にマークして解答しなさい。）

(1) 正の整数  $n$  に対して、数列  $\{a_k\}$  ( $0 \leq k \leq n$ ) を

$$(1+x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

で定義する。たとえば、 $n = 10$  のとき、 $a_3 = \boxed{\text{アイウ}}$  である。

また、 $\textcircled{1}$  より

$$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \boxed{\text{エ}}^n$$

が得られる。

複素数  $z = 1 + i$  を極形式で表す。偏角を正の最小の角とすれば

$$z = \sqrt{\boxed{\text{オ}}} (\cos \boxed{\text{カキ}}^\circ + i \sin \boxed{\text{クケ}}^\circ) \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{2}$$

となる。

$\textcircled{1}$  に  $n = 12$ ,  $x = i$  を代入し、 $\textcircled{2}$  の 12 乗と比較すれば

$$a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + a_8 - a_{10} + a_{12} = \boxed{\text{コサシ}}$$

$$a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + a_9 - a_{11} = \boxed{\text{ス}}$$

が得られる。

(2)  $f(x, y)$  を

$$f(x, y) = (x \ y) \begin{pmatrix} 4 & t \\ t & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

とおけば

$$f(x, y) = \boxed{\text{セ}} x^2 + \boxed{\text{ソ}} txy + \boxed{\text{タ}} y^2$$

である。 $x = y = 0$ を除く任意の実数  $x, y$  に対して  $f(x, y) > 0$  となるための必要十分条件を求める。

まず,  $y = 0$  のとき  $x \neq 0$  であるから,  $f(x, y) > 0$  が成り立つ。

次に,  $y \neq 0$  のとき,  $f(x, y)$  を

$$f(x, y) = \left( \boxed{\text{チ}} x + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} ty \right)^2 + \left( \boxed{\text{ト}} - \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} t^2 \right) y^2$$

と変形すれば, 求める必要十分条件は

$$\boxed{\text{ヌネ}} < t < \boxed{\text{ノ}}$$

となる。

〔Ⅱ〕（この問題の解答は、マークシートの解答用紙にマークして解答しなさい。）

実数  $t$  に対して、 $f(t)$  を

$$f(t) = \int_{-3}^3 |x^2 + t| dx$$

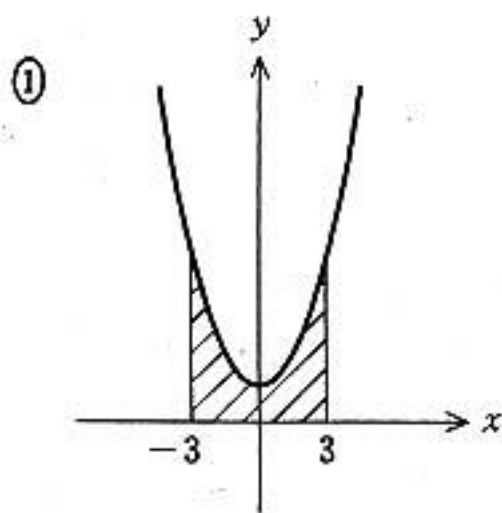
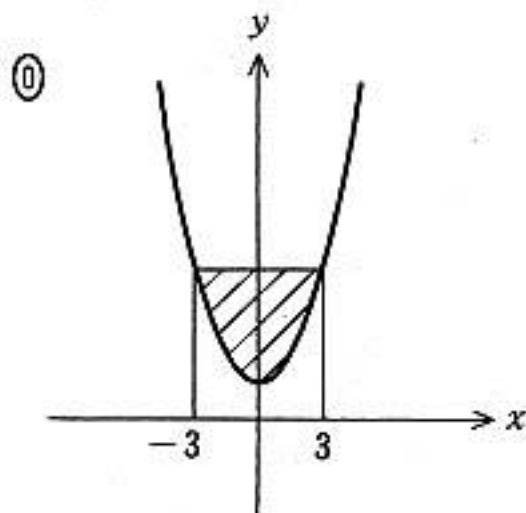
とおく。図 ⑥ ～ ⑩ で、実線は放物線  $y = x^2$  のグラフを上下に移動したものの一部であり、点線は  $y = -x^2$  のグラフを上下に移動したものの一部である。

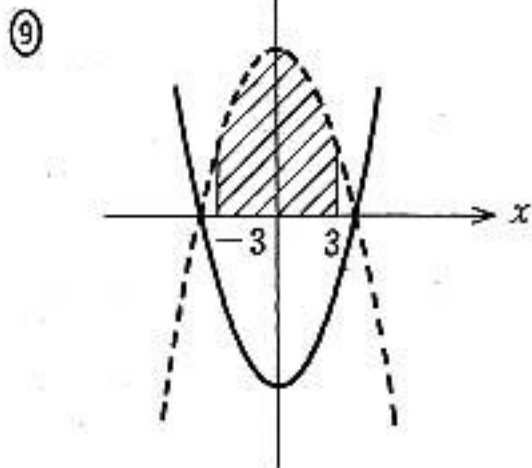
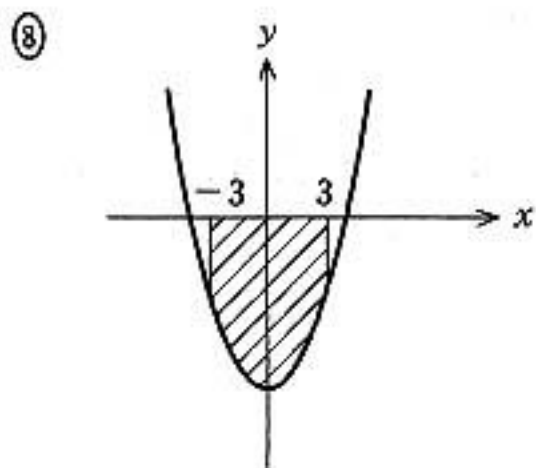
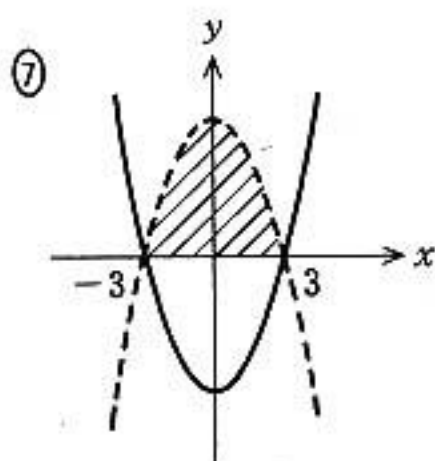
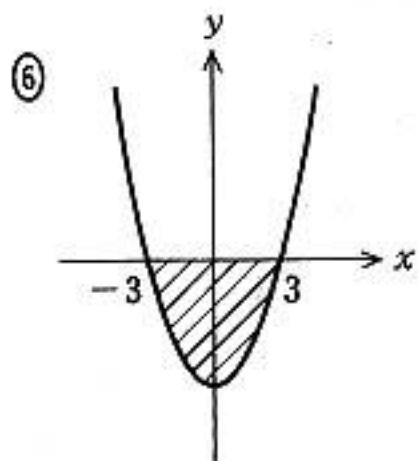
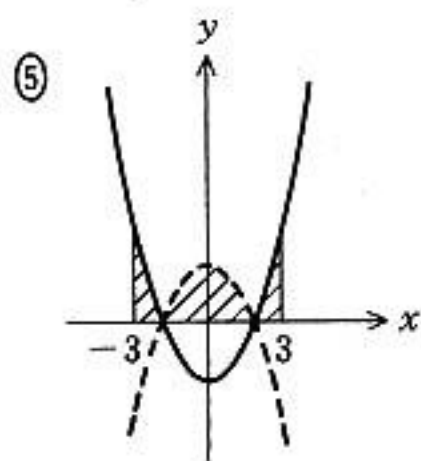
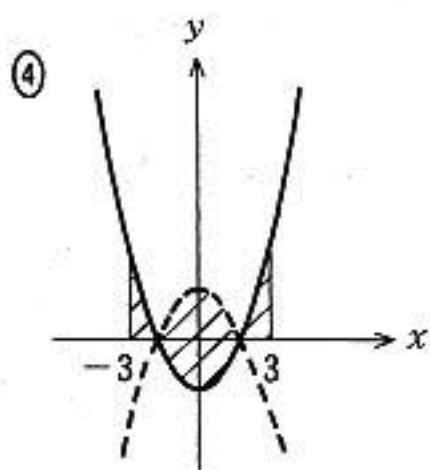
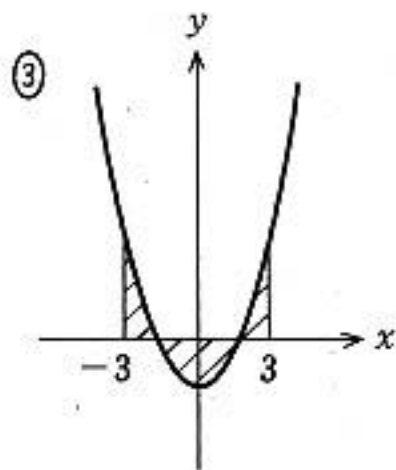
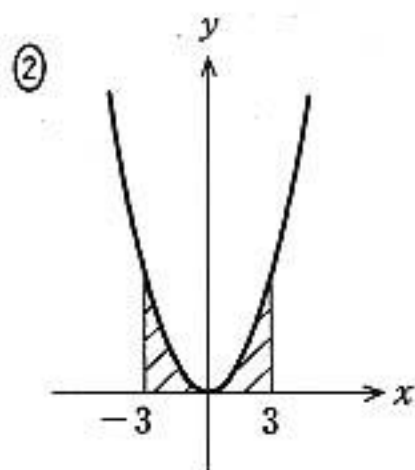
斜線部分が  $f(t)$  を表している図の総数は ア 個ある。

$t > 0$  のときの  $f(t)$  は図 イ の斜線部分で表され、 $-9 < t < 0$  のときの  $f(t)$  は図 ウ の斜線部分で表され、 $t < -9$  のときの  $f(t)$  は図 エ の斜線部分で表される。

また、図 ② の斜線部分は  $t =$ オ，図 ⑦ の斜線部分は  $t =$ カキ のときの  $f(t)$  を表している。

ここで  $f(t)$  を表している斜線部分を比較して、 $f(t)$  は  $-9 \leq t \leq 0$  のときに最小値をとることがわかる。





次に,  $0 \leq a \leq 3$  として,  $g(a)$  を

$$g(a) = \int_{-3}^3 |x^2 - a^2| dx$$

とおくと

$$\begin{aligned} g(a) &= \boxed{\text{ク}} \int_0^3 |x^2 - a^2| dx \\ &= \boxed{\text{ケコ}} \int_0^a (x^2 - a^2) dx + \boxed{\text{サ}} \int_a^3 (x^2 - a^2) dx \\ &= \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} a^3 - \boxed{\text{セ}} a^2 + \boxed{\text{ソタ}} \end{aligned}$$

である。 $g'(a) = 0$  となる  $a$  の値は  $\boxed{\text{チ}}$ ,  $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$  であり,  $g(a)$  の増減を調べ

て,  $f(t)$  は  $t = \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$  のとき最小値  $\frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$  をとる。

〔Ⅲ〕（この問題の解答は，記述式の解答用紙に解答しなさい。解答には，答を導くための途中の経過，および答を記入しなさい。）

$f(x) = 3x^2$  とし， $y = f(x)$ ， $x$  軸，および  $x = 1$  で囲まれる図形の面積を  $S$  とする。ここで， $n$  は正の整数とする。

(1)  $A_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$  を  $n$  を用いて表せ。

(2) (1)で求めた  $A_n$  と  $S$  との差  $A_n - S$  が  $\frac{1}{100}$  以下となるような最小の  $n$  を求めよ。

〔IV〕（この問題の解答は，記述式の解答用紙に解答しなさい。解答には，答を導くための途中の経過，および答を記入しなさい。）

$AB = 1$ ,  $BC = 2$ ,  $CD = 3$ ,  $DA = a$  の四角形  $ABCD$  を作る。ここで，角度はラジアンで考え， $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$ ,  $\angle D$  はいずれも  $0$  から  $\pi$  の間にあるものとし， $\angle B = x$ ,  $\angle D = y$  とおく。

(1)  $AC$ ,  $a$  のそれぞれがとりうる値の範囲を求めよ。

(2)  $a$  を定数とする。 $x$  と  $y$  の関係を導き， $\frac{dy}{dx}$  を  $x$  と  $y$  を用いて表せ。

(3)  $a$  を定数とし, 四角形  $ABCD$  の面積が最大となるとき,  $y$  を  $x$  で表せ。

(以 上)