

〔 I 〕 〔必答問題〕つぎの問いの答えをそれぞれの解答欄に入れよ。

(1) つぎの式を因数分解せよ。

$$2a^2 + 2b^2 + 5ab - 5a - 4b + 2$$

(2) つぎの連立方程式が実数解をもつような k の範囲を求めよ。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ 3x + 4y = k \end{cases}$$

(3) $\triangle ABC$ において, $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき, $\cos C$ および $\tan C$ の値を求めよ。

(4) $a = 4\sqrt{5}$, $b = \{(-27)^{-\frac{1}{3}}\}^{-2}$, $c = \log_{10} 50^{5.5}$ とする。 a , b , c の大小関係を不等式で示せ。

(5) $\sqrt{m^2 - 8m - 8}$ の値が整数となる自然数 m の値をすべて示せ。

〔Ⅱ〕〔選択問題〕つぎの問題〔A〕,〔B〕,〔C〕より2問選んで答えよ。(選択する問題記号を解答用紙の ☐ 内に明記せよ。)なお,解答は,答えだけでなく,途中経過も必ず示すこと。

〔A〕 a, b, c, d を実数とするつぎの連立1次方程式

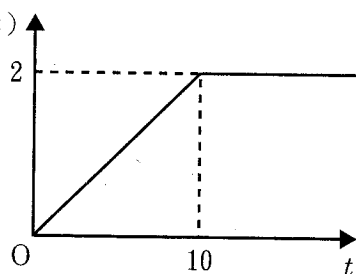
$$\begin{cases} x_1 + ax_2 + bx_3 + cx_4 + dx_5 = 2 \\ dx_1 + x_2 + ax_3 + bx_4 + cx_5 = -3 \\ cx_1 + dx_2 + x_3 + ax_4 + bx_5 = 2 \\ bx_1 + cx_2 + dx_3 + x_4 + ax_5 = -3 \\ ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

の解が, $x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 2$ のとき, 次の連立1次方程式の解 $x_1 \sim x_5$ を求めよ。

$$\begin{cases} x_1 + ax_2 + bx_3 + cx_4 + dx_5 = -3 \\ dx_1 + x_2 + ax_3 + bx_4 + cx_5 = 2 \\ cx_1 + dx_2 + x_3 + ax_4 + bx_5 = 2 \\ bx_1 + cx_2 + dx_3 + x_4 + ax_5 = -3 \\ ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

〔B〕 注水口と排水口を備えた空のタンクが $f(t)$

ある。時刻 $t = 0$ 秒に注水を始める。時刻 t 秒における注水口を通る水の量を 1 秒あたり $f(t)$ リットルとし、その様子を右図のグラフに示す。以下の(1)から(3)のそれぞれの場合について問いに答えよ。



- (1) 排水口を閉じたまま、20 秒間注水する。タンク内の水量を y リットルとし、 y を t の関数として表わせ。またグラフの概形を解答欄にかけ。
- (2) 排水口を閉じて注水を始め、時刻 t_1 秒に排水口を開き、1 秒あたり一定量 g_0 リットル排水する。時刻 $t \geq 10$ においてタンク内の水量が 5 リットルに保たれるとき、 t_1 と g_0 を求めよ。
- (3) 注水と排水を同時に始める。時刻 t における排水量は 1 秒あたり $\frac{1}{10} t^2$ リットルである。このときタンク内の水量が最大になる時刻、およびタンク内の水がなくなる時刻を求めよ。

〔C〕 ある工場では、回収した異なる 3 種類の廃棄物 A, B, および C をそれぞれ 1 つずつ用いて、2 種類の製品 R および S を製造している。任意の廃棄物 A, B, および C がリサイクル可能である確率をそれぞれ p_A , p_B , および p_C として次の問いに答えよ。ただし、A または B がリサイクル可能で、かつ C がリサイクル可能なときにのみ R は製品として適格で、他方、A および B がともにリサイクル可能であるか、または、A および C がともにリサイクル可能であるときにのみ、S は製品として適格であるものとする。

- (1) いま、廃棄物 A, B, および C をそれぞれ 1 つずつ無作為に選んで製品 R, S を作るとき、R, S が製品として適格となる確率 p_R および p_S をそれぞれ求めよ。
- (2) p_A , p_B , p_C がある経済変数 x によって次のようにかけるものと仮定するとき、R の方が S よりも製品として適格である確率が高くなる x の範囲を求めよ。ただし $0 \leq x \leq 100$ とする。

$$p_A = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{100} \right), \quad p_B = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{100} - 1 \right)^2, \quad p_C = \frac{1}{4}$$