

(数 学)

〔 I 〕 自然数 2^l と $2^l \cdot 3^m \cdot 5^n$ の約数は、1 と自分自身を含めてそれぞれ何個あるか。またその約数の和はそれぞれいくつか。ただし、 l, m, n は負でない整数とする。

〔Ⅱ〕 $\triangle ABC$ において

$$abc(\cos B - \cos A) = ab(a - b)(1 + \cos C)$$

が常に成立するならばこの等式を証明し，成立しないならばこの等式が成立する三角形の条件を求めよ。ただし $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$, $\angle A = A$, $\angle B = B$, $\angle C = C$ とする。

〔Ⅲ〕 関数 $f(x) = ax^3 - 12ax + b$ の $-1 \leq x \leq 2$ における最大値が 27, 最小値が -81 のとき, 定数 a, b の値を求めよ。