

〔 I 〕 つぎの各命題について，正しい場合はそれを証明し，正しくない場合は反例をあげよ。ただし， a, b は自然数とする。

(1) a が奇数かつ b が奇数ならば， $a^2 + b^2$ が偶数。

(2) $a^2 + b^2$ が偶数ならば， a が奇数かつ b が奇数。

(3) $a^2 + b^2$ が奇数ならば， a が奇数または b が奇数。

〔Ⅱ〕 a と x を実数とする。 x についての不等式

$$x^2 - (a^2 + a - 2)x + a^3 - 2a < 0$$

を解け。

〔Ⅲ〕 関数 $y = 1 - x^2$ のグラフ上の点 $P(a, ka)$ と $Q(b, kb)$ に対して、つぎの問いに答えよ。ただし、 $a < b$ とする。

(1) $b - a$ を k の式であらわせ。

(2) 線分 PQ を一辺とする正方形の面積が 28 となる P と Q の座標を求めよ。