

[I]

以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1) n を自然数とする。 25^n が 10 進法で 30 桁以上となるのは $n \geq$ アイ のときである。 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(2)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - (1 - \frac{x^2}{2})}{x^4} = \frac{\text{ウエ}}{\text{オカ}}$$

- (3) 空間において、 x が $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、2 点 $P(x, 0, \cos x)$, $Q(x, 1 - \sin^2 x, 0)$ を通る直線 PQ が動いてできる曲面を S とする。
 $R(x, 0, 0)$ とすると、 $\triangle PQR$ の面積は $\frac{\text{キ}}{\text{ク}} \cos x (1 - \sin^2 x)$ である。このとき、 S と 3 つの座標平面で囲まれる立体の体積は $\frac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$ である。

- (4) $f(x) = x^3 + x + 1$ とする。 $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ であるから、3 次方程式 $f(x) = 0$ は ス 個の実数解と セ 個の虚数解をもつ。実数解の 1 つを α とおくと、虚数解の実数部は ソ であり、虚数部は $\pm \frac{\sqrt{\text{タ}}}{2} i$ である。

ア ~ セ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ -				

ソ ・ タ の解答群

① $\frac{\alpha}{2}$

① $-\frac{\alpha}{2}$

② $\frac{3}{2}\alpha$

③ $-\frac{3}{2}\alpha$

④ $\alpha^2 + 1$

⑤ $\alpha^2 - 1$

⑥ $-\alpha^2 + 1$

⑦ $\alpha^2 + 4$

⑧ $\alpha^2 - 4$

⑨ $-\alpha^2 + 4$

⑩ $3\alpha^2 + 1$

⑪ $3\alpha^2 - 1$

⑫ $-3\alpha^2 + 1$

⑬ $3\alpha^2 + 4$

⑭ $3\alpha^2 - 4$

⑮ $-3\alpha^2 + 4$

〔Ⅱ〕

未知数 x, y, z の連立方程式

$$\begin{pmatrix} 1 & k & k \\ 1 & 1 & k \\ 1 & k & -k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ b \end{pmatrix}$$

を考える。ここで、 k, a, b は実数の定数とする。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1) 消去法(掃き出し法)によって解くために係数と右辺の定数からなる 3 行 4 列の行列

$$\begin{pmatrix} 1 & k & k & a \\ 1 & 1 & k & a \\ 1 & k & -k & b \end{pmatrix}$$

をつくる。第 2 行に第 1 行の ア 倍を加え、続けて第 3 行に第 1 行の イ 倍を加えると

$$\begin{pmatrix} 1 & k & k & a \\ 0 & \text{ウ} & 0 & \text{エ} \\ 0 & 0 & \text{オ} & \text{カ} \end{pmatrix}$$

となる。

- (2) ウ $\neq 0$ かつ オ $\neq 0$ の場合、 $x = \text{キ}$, $y = \text{ク}$, $z = \text{ケ}$ である。

- (3) ウ $= 0$ の場合、 $z = \text{コ}$ で x と y は個々には決まらないが、 $x + y = \text{サ}$ の関係をみたしている。

- (4) オ $= 0$ かつ カ $= 0$ の場合、 $x = \text{シ}$, $y = \text{ス}$, z は任意である。

- (5) オ $= 0$ かつ カ $\neq 0$ の場合、セ

ア ～ ス の解答群

③ 0	① 1	② -1	③ a
④ $-a$	⑤ $a - b$	⑥ $b - a$	⑦ $a + b$
⑧ $\frac{a - b}{2}$	⑨ $\frac{b - a}{2}$	⑩ $\frac{a + b}{2}$	⑪ $1 - k$
⑫ $k - 1$	⑬ $k + 1$	⑭ $2k$	⑮ $-2k$
⑯ $\frac{a - b}{2k}$	⑰ $\frac{b - a}{2k}$	⑱ $\frac{a + b}{2k}$	

セ の解答群

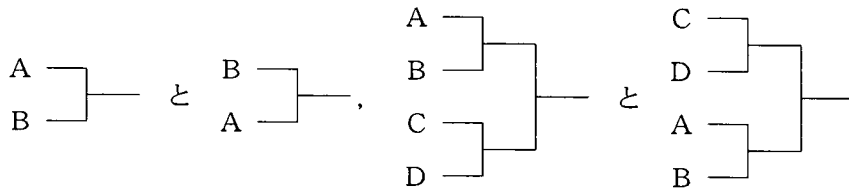
- ① 無数に多くの解が存在する。
- ② 解は存在しない。
- ③ x, y は決まるが, z は任意である。
- ④ y, z は決まるが, x は任意である。
- ⑤ x, z は決まるが, y は任意である。
- ⑥ $z = 0$ で, x, y は任意である。

〔Ⅲ〕

サッカー大会で予選を勝ち抜いたA～Hの8チームによる決勝トーナメントを行う。すべてのチームの力は同等であるとする。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

(1) あり得る決勝戦の組合せは **アイ** 通りである。

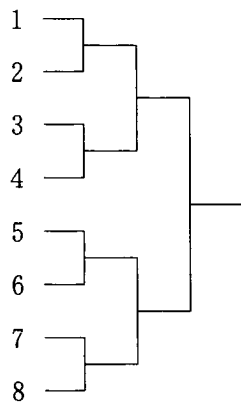
(2) 準決勝にA, B, C, Dチームが進出した。ここで、改めて抽選を行い準決勝以降の組合せ表を作るものとする。本質的に異なる組合せ表は **ウエ** 通りである。ただし、



のような組合せは本質的に同じ組合せと見なす。

(3) (2)では準決勝に進出したチームがA, B, C, Dに決まっているとした。しかし、実際には8チームのうちの4チームが勝ち進むのであるから、その4チームの組合せは **オカ** 通りあり得る。したがって、決勝トーナメント進出8チームが決まった時点で、可能性として考えられる本質的に異なる準決勝の組合せ表は **キクケ** 通りである。

- (4) 準決勝での再抽選を行わずに、下図のように組合せ表の1から8の位置に、抽選で一気に割り振る場合、1から8の位置への可能な割り振り方は **コサシスセ** 通りである。



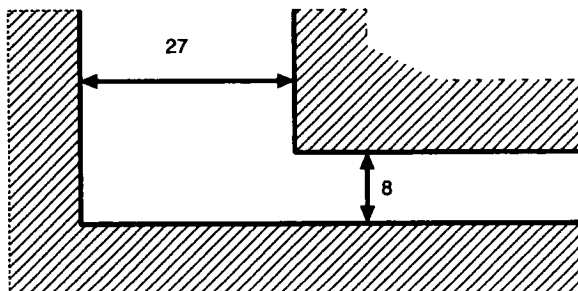
- (5) (4)において本質的に異なる組合せ表は **ソタチ** 通りである。

ア ～ **チ** の解答群

① 0	② 1	③ 2	④ 3	⑤ 4
⑥ 5	⑦ 6	⑧ 7	⑨ 8	⑩ 9

〔Ⅳ〕

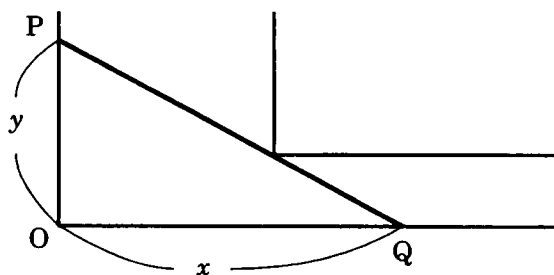
図のように直角に折れ曲がった水路にまっすぐな木の棒を浮かべて流すとす
る。この水路を通り抜ける棒の最大の長さを以下のように考える。以下の空欄に
入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。なお、棒の太さは無視する。



挿入

上の図中の数字 $\leftarrow 27 \rightarrow$ $\leftarrow 8 \rightarrow$ は水路の幅である。

- (1) 棒が次の図の PQ のようになったとする。



$OP = y$, $OQ = x$ とすると y と x の関係は $y = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

- (2) $PQ = l$ とする。 $x > 0$ の範囲で、 $l^2 = x^2 + y^2$ の変化を調べる。

$$\begin{aligned}\frac{dl^2}{dx} &= \frac{d}{dx} \left(x^2 + \left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \right)^2 \right) \\ &= 2x + 2 \times \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \times \frac{d}{dx} \left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \right) \\ &= 2x \left(1 - \frac{\boxed{\text{ウエ}} \boxed{\text{オ}}}{(\boxed{\text{カ}}) \boxed{\text{キ}}} \right)\end{aligned}$$

である。この式が 0 になるのは $x = \boxed{\text{クケ}}$ のときであり、符号の変化を調べると、このとき l^2 が最小になることが分かる。したがって、そのとき l が最小になる。

- (3) この l の最小値が、この水路を通り抜けることができる棒の最大の長さとなり、値は $\boxed{\text{コサ}} \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

$\boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}} \cdot \boxed{\text{カ}}$ の解答群

- | | | | | |
|-------------|-------------|-----------|-------------|-------------|
| ① x^2 | ① $x^2 + 1$ | ② $x - 8$ | ③ $x + 8$ | ④ $x - 27$ |
| ⑤ $x + 27$ | ⑥ $8x$ | ⑦ $27x$ | ⑧ $8x + 27$ | ⑨ $8x - 27$ |
| ⑩ $27x + 8$ | ⑪ $27x - 8$ | | | |

$\boxed{\text{ウ}} \sim \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{キ}} \sim \boxed{\text{ス}}$ の解答群

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 0 | ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 |
| ⑤ 5 | ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 |

[V]

以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1) a を実数の定数とする。実数 x, y が $x^2 + y^2 \leq 1 + a^2$ をみたすとき $y - ax$ は $x = \boxed{\text{ア}}$, $y = \boxed{\text{イ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとり, $x = \boxed{\text{エ}}$, $y = \boxed{\text{オ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

- (2) a を $|a| > 1$ をみたす実数の定数とする。実数 x, y が $x^2 + y^2 \leq 1 + a^2$ かつ $x \geq -1$ かつ $y \geq -1$ をみたすときの $y - ax$ の最大値と最小値を求める。

$a > 1$ の場合, $y - ax$ は $x = \boxed{\text{キ}}$, $y = \boxed{\text{ク}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとり, $x = \boxed{\text{コ}}$, $y = \boxed{\text{サ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{シ}}$ をとる。

$a < -1$ の場合, $y - ax$ は $x = \boxed{\text{ス}}$, $y = \boxed{\text{セ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ソ}}$ をとり, $x = \boxed{\text{タ}}$, $y = \boxed{\text{チ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ツ}}$ をとる。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ツ}}$ の解答群

① 0	① 1	② -1	③ a
④ $-a$	⑤ $a + 1$	⑥ $a - 1$	⑦ $1 - a$
⑧ $2a$	⑨ $-2a$	⑩ a^2	⑪ $-a^2$
⑫ $a^2 + 1$	⑬ $-a^2 - 1$	⑭ $2a^2 - 1$	
⑮ $-2a^2 - 1$	⑯ $2a^2 + 1$	⑰ $-2a^2 + 1$	