2006年度入学試験問題

(工　学　部・Ⅰ)

数　学 (90分)

◎ **電子情報学科，システム制御工学科，都市環境デザイン工学科，物質化学科，経営工学科，情報電気電子工学科**のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕，〔Ⅵ〕を解答せよ。

◎ **システムデザイン学科**を志望する受験生は，〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕，〔Ⅶ〕を解答せよ。

Ⅰ．解答上の注意

1. 問題文中の **ア**，**イ**，**ウ** … のそれぞれには，**特に指示がないかぎり**，－（マイナスの符号），または，0～9 までの数が1つずつ入ります。当てはまるものを選び，**マークシート**の解答用紙の対応する欄に**マーク**して解答しなさい。ただし，分数の形で解答が求められているときには，**符号は分子**に付け，**既約分数**で解答しなさい。

〔**例**〕 $\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウエ}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには，以下のようにマークしなさい。

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

2. マークシートの解答用紙の**記入上の注意**については，問題冊子の**裏表紙**に記載してありますから，この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

3. 問題文は 4 ページから 18 ページまでです。

◇M19(593—294)

◇M19(593—296)

〔Ⅰ〕

$x>0$，$y>0$ とし，行列 A，B を

$$A=\begin{pmatrix}\log_2 x & \log_2 y \\ \log_2 x^2 & \log_2 \dfrac{8\sqrt{x}}{y}\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$$

とする。

(1) $x=4$，$y=\dfrac{1}{2}$ のとき，

$$AB=\begin{pmatrix}\boxed{ア}\\ \boxed{イウ}\end{pmatrix}$$

である。

(2) $AB=10B$ が成り立つとき，

$$x=\boxed{エ},\quad y=\boxed{オ}.$$

である。

ただし，$\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ については，以下の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。

⓪ $\dfrac{1}{2}$　① 1　② 2　③ 4　④ 6

⑤ 8　⑥ 12　⑦ 16　⑧ 32　⑨ 64

〔Ⅱ〕

$45^\circ \leqq \theta \leqq 135^\circ$ のとき，関数

$$f(\theta) = 3\sin^2\theta + 4\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta - \cos^2\theta$$

は，$\theta =$ $\boxed{\text{アイ}}$ °で最大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとり，$\theta =$ $\boxed{\text{エオカ}}$ °で最小値 $\boxed{\text{キ}} - \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ をとる。

〔Ⅲ〕

$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し，単項式 x^{n+2} を $(x-2)(x-3)$ で割った余りを

$$R_n(x)=a_nx+b_n$$

として，a_n と b_n を求める。

$$x^{n+2}=(x-2)(x-3)Q_n(x)+R_n(x)$$

とおいて，$x=2,\ 3$ を代入すると

$$\boxed{ア}\ a_n+b_n=2^{n+2}$$

$$\boxed{イ}\ a_n+b_n=3^{n+2}$$

となる。これを a_n，b_n について解くと，

$$a_n=\boxed{ウ}^{n+2}-\boxed{エ}^{n+2}$$

$$b_n=\boxed{オ}\ (2^{\boxed{カ}}-3^{\boxed{キ}})$$

となる。

（[Ⅲ]の問題は次ページに続く。）

これより，数列$\{a_n\}$について

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{3^{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}} - 2^{\boxed{コ}} - \frac{\boxed{サシ}}{\boxed{ス}}$$

を得る。

ただし，$\boxed{カ}$，$\boxed{キ}$，$\boxed{ク}$，$\boxed{コ}$については，以下の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。

⓪ $n-2$　① $n-1$　② n　③ $n+1$　④ $n+2$

⑤ $n+3$　⑥ $2n-4$　⑦ $2n-3$　⑧ $2n-1$　⑨ $2n+1$

〔Ⅳ〕

原点をOとする座標平面上に点A(3, 0), B(0, 4)をとる。

(1) 点Pは，線分OA上を一定の速さで移動し，Aを出発してから$\frac{3}{2}$秒でOに達し，続く$\frac{3}{2}$秒でAに戻る。Aを出発してからt秒後のPの座標を$(x, 0)$とすると，

$$x = \begin{cases} \boxed{ア} & \left(0 \leqq t \leqq \frac{3}{2}\right) \\ \boxed{イ} & \left(\frac{3}{2} < t \leqq 3\right) \end{cases}$$

である。

ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$については，以下の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。

⓪ $1 - \frac{2}{3}t$　① $\frac{3}{2} - t$　② $2 - \frac{4}{3}t$　③ $3 - 2t$

④ $3 - \frac{3}{2}t$　⑤ $t - \frac{3}{2}$　⑥ $\frac{4}{3}t - 2$　⑦ $\frac{3}{2}t - 3$

⑧ $\frac{3}{2}t - \frac{3}{2}$　⑨ $2t - 3$

(2) 点Qは，線分OB上を一定の速さで移動し，Oを出発してから2秒でBに達し，続く2秒でOに戻る。Oを出発してからt秒後のQの座標を$(0, y)$とすると，

$$y = \begin{cases} \boxed{ウ} & (0 \leqq t \leqq 2) \\ \boxed{エ} & (2 < t \leqq 4) \end{cases}$$

である。

ただし，$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$については，以下の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。

⓪ $8 - 2t$　① $6 - \frac{3}{2}t$　② $4 - t$　③ $6 - t$　④ $\frac{3}{2}t$

⑤ $\frac{3}{2}t + 1$　⑥ $2t - \frac{3}{2}$　⑦ $2t$　⑧ $2t + 2$　⑨ $3t$

([Ⅳ]の問題は次ページに続く。)

(3) PはAを，QはOを同時に出発するものとする。$0 \leqq t \leqq 3$ のとき，t 秒後の線分PQの長さの2乗を L とおくと，

$$L = \begin{cases} \boxed{\text{オ}} & (0 \leqq t \leqq 2) \\ \boxed{\text{カ}} & (2 < t \leqq 3) \end{cases}$$

である。また，このとき L は最小値 $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$，最大値 $\boxed{\text{ケコ}}$ をとる。

ただし，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ については，以下の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。

⓪ $5t^2 - 24t + 45$　① $5t^2 - 9t + 9$　② $\dfrac{25}{4}t^2 - 41t + 73$

③ $\dfrac{25}{4}t^2 - 9t + 9$　④ $8t^2 - 44t + 73$　⑤ $8t^2 - 12t + 9$

⑥ $9t^2 - 27t + 45$　⑦ $9t^2 - 9t + 9$　⑧ $9t^2 - \dfrac{3}{2}t + \dfrac{13}{4}$

⑨ $13t^2 - 12t + 9$

〔V〕

$a < b$ に対して，曲線 $y = x^2$ 上の点 A$(a,\ a^2)$ と B$(b,\ b^2)$ における接線の交点を C とし，この曲線と 2 つの線分 AC，BC で囲まれた部分の面積を S とする。

(1) 点 C の座標は($\boxed{ア}$ ， $\boxed{イ}$)である。

ただし， $\boxed{ア}$ については，以下の A 群の⓪～⑨から 1 つを選べ。 $\boxed{イ}$ については，以下の B 群の⓪～⑨から 1 つを選べ。

A 群

⓪ $a + b$　① $b - a$　② $2(a + b)$　③ $2(b - a)$

④ $4(a + b)$　⑤ $4(b - a)$　⑥ $\dfrac{a + b}{2}$　⑦ $\dfrac{b - a}{2}$

⑧ $\dfrac{a + b}{4}$　⑨ $\dfrac{b - a}{4}$

B 群

⓪ $a + b$　① $b - a$　② $a^2 + b^2$　③ $b^2 - a^2$

④ $\dfrac{a^2 + b^2}{2}$　⑤ $\dfrac{b^2 - a^2}{2}$　⑥ $\dfrac{a^2 + b^2}{4}$　⑦ $\dfrac{b^2 - a^2}{4}$

⑧ ab　⑨ a^2b^2

([V]の問題は次ページに続く。)

(2) $S=\frac{16}{3}$ のとき，$b-a=$ $\boxed{ウ}$ であり，Cは曲線 $y=px^n+q$ 上にある。ただし，$p=$ $\boxed{エ}$，$n=$ $\boxed{オ}$，$q=$ $\boxed{カキ}$ である。

(3) $S=\frac{16}{3}$ かつ $a=-\frac{1}{2}$ のとき，ベクトル $\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CB}$ の内積は $\boxed{クケ}$ であり，この2つのベクトルのなす角を θ とすれば

$$\cos\theta=\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$$

である。

電子情報学科，システム制御工学科，都市環境デザイン工学科，物質化学科，経営工学科，情報電気電子工学科のいずれかを志望する受験生は，以下の〔Ⅵ〕を解答すること。

〔Ⅵ〕 a の関数

$$f(a)=\int_0^1 e^{2x}\,|\,3x-2a\,|\,dx$$

が最小となる a を求める。ここで，e は自然対数の底を表す。

(1) $a \leqq 0$ のとき，$0 \leqq x \leqq 1$ で $3x-2a \geqq 0$ である。これより，

$$f(a)=\int_0^1 e^{2x}(3x-2a)\,dx = -(\boxed{ア})a+\frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}(\boxed{エ})$$

となる。よって $a \leqq 0$ のとき $f'(a)$ は $\boxed{オ}$ となる。

ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{エ}$ については，15ページA群の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。$\boxed{オ}$ については，B群の⓪～②から1つを選べ。

（〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。）

(2)　$0 < a < \frac{3}{2}$ のとき，$0 \leqq x \leqq \frac{2}{3}a$ で $3x - 2a \leqq 0$ であり，$\frac{2}{3}a < x \leqq 1$ で $3x - 2a > 0$ である。これより，

$$f(a) = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}} e^{\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}a} - (\boxed{コ})a + \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}(\boxed{ス})$$

となる。

ここで $f'(a) = 0$ となる a の値を a_0 とすると

$$a_0 = \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}} \log \frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$$

である。そして，$0 < a < a_0$ のとき $f'(a)$ は $\boxed{ツ}$ となり，$a_0 < a < \frac{3}{2}$ のとき $f'(a)$ は $\boxed{テ}$ となる。

ただし，$\boxed{コ}$，$\boxed{ス}$，$\boxed{タ}$ については，15ページA群の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。$\boxed{ツ}$，$\boxed{テ}$ については，B群の⓪～②からそれぞれ1つを選べ。

（〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。）

(3) $a \geqq \frac{3}{2}$ のとき，$0 \leqq x \leqq 1$ で $3x - 2a \leqq 0$ である。これより，(1)と同様に計算して，$f'(a) =$ $\boxed{ト}$ であるから $f'(a)$ は $\boxed{ナ}$ となる。

(4) 以上から，$f(a)$ は $a =$ $\boxed{ニ}$ で最小となる。

ただし，$\boxed{ト}$ については，15ページA群の⓪～⑨から1つを選べ。$\boxed{ナ}$ については，B群の⓪～②から1つを選べ。$\boxed{ニ}$ については，C群の⓪～⑨から1つを選べ。

A群

⓪ $e^2+\frac{1}{2}$　① e^2+1　② e^2+2　③ e^2+3

④ e^2+4　⑤ $e^2-\frac{1}{2}$　⑥ e^2-1　⑦ e^2-2

⑧ e^2-3　⑨ e^2-4

B群

⓪ 0　① 正　② 負

C群

⓪ $-a_0$　① $-\frac{a_0}{2}$　② $-\frac{1}{2}$　③ $-\frac{1}{3}$　④ 0

⑤ $\frac{1}{3}$　⑥ $\frac{1}{2}$　⑦ $\frac{a_0}{2}$　⑧ a_0　⑨ a_0+1

システムデザイン学科を志望する受験生は，以下の〔Ⅶ〕を解答すること。

〔Ⅶ〕

初項 a_1 を 1，公差を 3 とする等差数列 $\{a_n\}$ を，a_1 から始めて，第 m 群が m 個の項からなるように分割する。すなわち，

第 1 群：a_1

第 2 群：a_2，a_3

第 3 群：a_4，a_5，a_6

…　　……

のように分ける。

(1) 一般項 a_n を n の式で表すと，

$$a_n = \boxed{ア}\,n - \boxed{イ}$$

であり，初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \frac{1}{\boxed{ウ}}\,n\left(\boxed{エ}\,n - 1\right)$$

となる。

（〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。）

(2) 第 m 群の最初の項は，数列 $\{a_n\}$ の第 $\boxed{\text{オ}}$ 項であり，最後の項は第 $\boxed{\text{カ}}$ 項である。また 400 は第 $\boxed{\text{キク}}$ 群の $\boxed{\text{ケコ}}$ 番目に現れる。

ただし，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ については，以下の⓪～⑨からそれぞれ 1 つを選べ。

⓪ $\frac{1}{3}(m^2+2)$　① $\frac{1}{3}(m^2-m+3)$　② $\frac{1}{3}(m^2+m+1)$

③ $\frac{1}{2}(m^2+1)$　④ $\frac{1}{2}(m^2+2)$　⑤ $\frac{1}{2}(m^2-m+2)$

⑥ $\frac{1}{2}(m^2+m)$　⑦ $\frac{1}{2}(3m^2-m)$　⑧ $\frac{1}{2}(3m^2+m-2)$

⑨ $\frac{1}{2}(3m^2+2m)$

（〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。）

(3)　第 m 群の項の和 Q_m は

$$Q_m = \frac{1}{\boxed{サ}}\left(\boxed{シ}\, m^{\boxed{ス}} - m\right)$$

であり，$Q_{23} = \boxed{セソタチツ}$ となる。

(以　上)

Ⅱ．記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには，以下のことに注意してマークしなさい。

(1) ＨＢの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペンを用いてマークしてはいけません。

(2) 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。

(3) マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。

(4) 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。

(5) **ア**の解答を３にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

悪いマークの例

ア	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	枠外にはみ出してマークしてはいけません。
ア	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしてはいけません。
ア	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	×を書いてマークしてはいけません。