

〔1〕

(1) B 氏の総合得点が 0 点になるのは、少なくとも 1 回以上 1 か 2 の目が出るとき、

余事象で考えると、3 回のうち 1 度も 1 と 2 の目が出ない確率は $\left(\frac{4}{6}\right)^3 = \frac{8}{27}$

よって、求める確率は $1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$

(2) A 氏の総合得点は 3 ～ 18 点、

B 氏の総合得点は 0, 8, 16, 32, 64 点のうちどれかになる、

したがって、A 氏と B 氏の総合得点が等しくなるのは 8 点か 16 点のときである、

(i) 8 点で等しくなるとき

・ A 氏の総合得点が 8 点になるのは、3 回の出目の組み合わせが

$(1, 1, 6), (1, 2, 5), (1, 3, 4), (2, 2, 4), (2, 3, 3)$

になるときで、それぞれ並べ方が

3 通り, 6 通り, 6 通り, 3 通り, 3 通り

あるから、A 氏の総合得点が 8 点になる確率は

$$\frac{3+6+6+3+3}{6^3} = \frac{21}{216} = \frac{7}{72}$$

・ B 氏の総合得点が 8 点になるのは、3 回とも得点が 2 点になる、つまり 3 回とも 3 または 4 が出る時であるから、その確率は

$$\left(\frac{2}{6}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

したがって、A 氏と B 氏の総合得点が 8 点で等しくなる確率は

$$\frac{7}{72} \times \frac{1}{27} = \frac{7}{1944}$$

(ii) 16 点で等しくなるとき

・ A 氏の総合得点が 16 点になるのは、3 回の出目の組み合わせが

$(4, 6, 6), (5, 5, 6)$

になるときで、それぞれ並べ方が 3 通りずつあるから、A 氏の総合得点が 16 点になる確率は

$$\frac{3+3}{6^3} = \frac{1}{36}$$

・ B 氏の総合得点が 16 点になるのは、得点が 4 点が 1 回 2 点が 2 回のときで、その確率は

$${}_3C_1 \left(\frac{2}{6}\right)^1 \left(\frac{2}{6}\right)^2 = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{9}$$

したがって、A 氏と B 氏の総合得点が 16 点で等しくなる確率は

$$\frac{1}{36} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{324}$$

(i) と (ii) は排反であるから、求める確率は $\frac{7}{1944} + \frac{1}{324} = \frac{13}{1944}$

〔Ⅱ〕

(1) 頂点を (t, t) とする $y = x^2$ を平行移動した曲線の方程式は

$$y = (x - t)^2 + t$$

であるから、この曲線と $y = -x^2 + 4$ が異なる 2 点で交わるとき

$$(x - t)^2 + t = -x^2 + 4$$

つまり、方程式

$$2x^2 - 2tx + t^2 + t - 4 = 0 \quad \cdots (*)$$

が異なる 2 つの解を持つ。この方程式の判別式を D とおくと

$$\begin{aligned} D/4 &= t^2 - 2(t^2 + t - 4) \\ &= -t^2 - 2t + 8 > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore (t + 4)(t - 2) < 0$$

よって、求める t の値の範囲は $-4 < t < 2$

(2) p, q は方程式 $(*)$ の 2 実数解であるから、解と係数の関係より

$$\begin{cases} p + q = t \\ pq = \frac{t^2 + t - 4}{2} \end{cases}$$

が成り立つ。このとき

$$\begin{aligned} p^2 + q^2 + 4pq + 3p + 3q &= (p + q)^2 + 2pq + 3(p + q) \\ &= t^2 + 2 \cdot \frac{t^2 + t - 4}{2} + 3t \\ &= 2t^2 + 4t - 4 \\ &= 2(t + 1)^2 - 6 \end{aligned}$$

$-4 < t < 2$ のとき $-6 \leq 2(t + 1)^2 - 6 < 12$ であるから

求める値の範囲は

$$-6 \leq p^2 + q^2 + 4pq + 3p + 3q < 12$$

〔文学部Ⅲ〕

$$x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \text{ より } x^2 + y^2 \geq 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 - x + y^2 - \frac{1}{2} \leq 0 \text{ より } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 \leq \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdots \textcircled{2} \text{ とする.}$$

①かつ②を表す領域は下図のようになる.

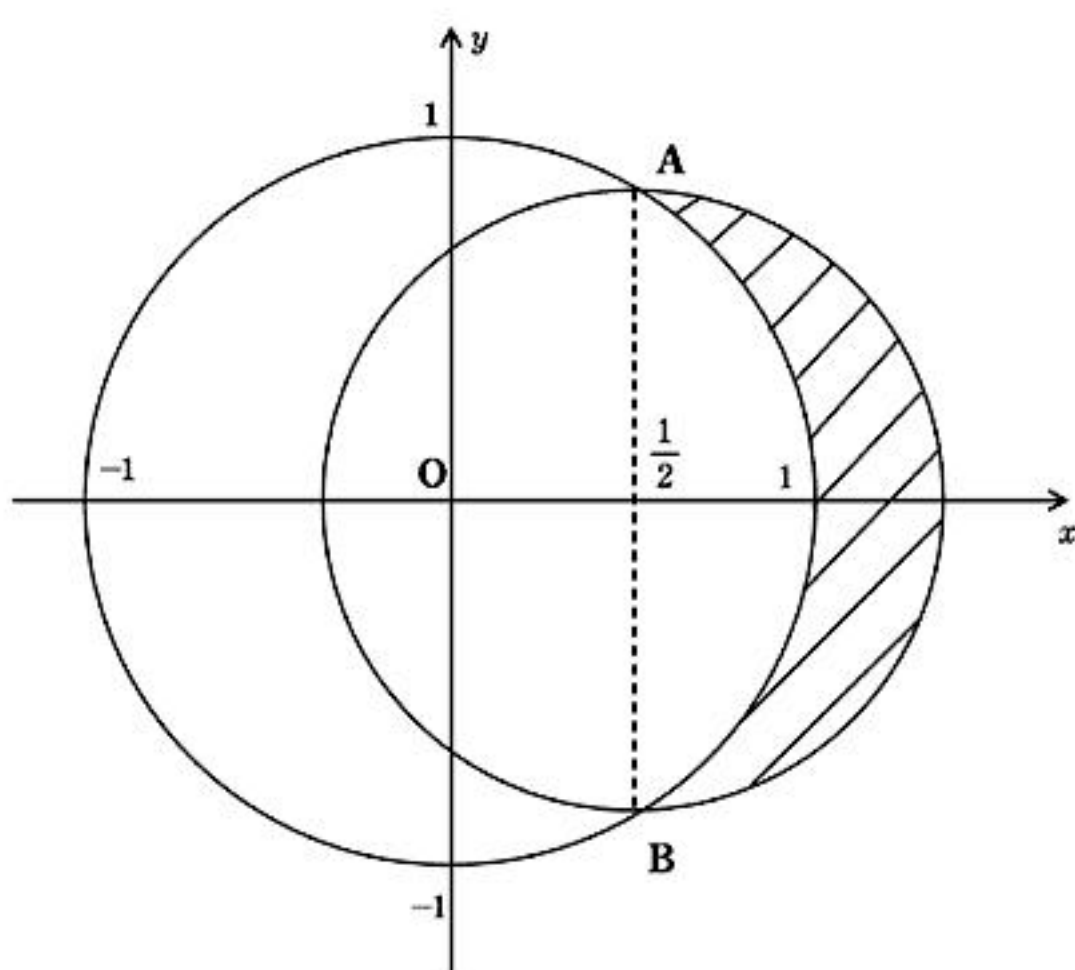
また, ①と②の境界円の交点を A, B とすると, $A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), B\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ であり

線分 AB は ② の境界円の直径になっている. これより

$$(\text{領域の面積}) = (\textcircled{2} \text{ の半円}) - (\text{扇形 } OAB) + (\triangle OAB)$$

であり, 扇型の半径は 1, $\angle AOB = \angle BOA = 60^\circ$ より中心角は 120° であることから

$$\begin{aligned} (\text{領域の面積}) &= \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{120}{360} \times \pi (1)^2 + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{8}\pi - \frac{1}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$



〔経営学部Ⅲ〕

$$\begin{aligned} (1) \quad f(x) &= (x-1)(x+1)(x-2a) \\ &= x^3 - 2ax^2 - x + 2a \quad \text{とおくと} \end{aligned}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4ax - 1$$

したがって $y = f(x)$ の $x=0$ における接線の方程式は

$$\begin{aligned} y &= f'(0) \cdot (x-0) + f(0) \\ &= (-1)x + 2a \end{aligned}$$

$$\therefore l_1: y = -x + 2a$$

また,

$$g(x) = (x-2)(x-a) = x^2 - (2+a)x + 2a \quad \text{とおくと}$$

$$g'(x) = 2x - (2+a)$$

したがって $y = g(x)$ の $x=0$ における接線の方程式は

$$\begin{aligned} y &= g'(0) \cdot (x-0) + g(0) \\ &= -(2+a)x + 2a \end{aligned}$$

$$\therefore l_2: y = -(2+a)x + 2a$$

(2) l_1 の傾きは -1 であるから $\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき l_2 の傾きは 1 でなければならない.

$$\text{よって } -(2+a) = 1$$

$$\therefore a = -3$$

$$(3) \quad \cos \theta = \frac{2}{5}\sqrt{5} \text{ より } \tan \theta = \frac{1}{2} \cdots \textcircled{1}$$

l_1, l_2 が x 軸の正の方向のなす角を α, β とおくと, l_1, l_2 のなす角 $\theta \left(0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ は

$$\tan \theta = |\tan(\alpha - \beta)| \cdots \textcircled{2}$$

と表すことができる.

$$\cos \theta = \frac{2}{5}\sqrt{5} \text{ より } \theta \neq \frac{\pi}{2} \text{ であるから, } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ および } \begin{cases} \tan \alpha = -1 \\ \tan \beta = -(2+a) \end{cases} \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} = \left| \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right| = \left| \frac{1+a}{3+a} \right|$$

これを解いて

$$a = 1, -\frac{5}{3}$$

が求める a の値である.