

理工学部A方式Ⅰ日程・生命科学部A方式Ⅰ日程

デザイン工学部A方式Ⅰ日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっているので注意すること。

志望学部・学科	解答する問題
理工学部(機械工学科機械工学専修・応用情報工学科)	〔Ⅰ〕～〔Ⅵ〕
デザイン工学部(都市環境デザイン工学科)	
生命科学部(生命機能学科生命機能学専修)	〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕
デザイン工学部(システムデザイン学科)	

4. 問題文は4ページから16ページまでとなっている。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題文中の ア, イ, ウ … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、－ (マイナスの符号)、または0～9までの数が1つずつ入る。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、既約分数で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9
ウ	☐	0	☒	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続く。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開かないこと。

〔 I 〕

3 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の数を小さい順に並べ，3 桁の整数を作る。たとえば，2，1，5 ならば 125 であり，2，2，5 ならば 225 である。

このとき，可能な数字は アイ 個ある。その中で 1 の桁が 2 となるものは ウ 個ある。4，6 についても同様に考えると，偶数は エオ 個ある。

また，各桁の数の合計が 9 の倍数となるものは カ 個ある。

〔Ⅱ〕

4 次方程式

$$x^4 - 6x^3 - x^2 + 18x + 9 = 0$$

の解を求める。この方程式は $x = 0$ を解としてもたないから、

$$y = x + \frac{a}{x}$$

によって置き換えることにより、 y についての 2 次方程式

$$y^2 + by + c = 0$$

を得る。ここで、 $a = \boxed{\text{アイ}}$ ， $b = \boxed{\text{ウエ}}$ ， $c = \boxed{\text{オ}}$ である。

また上の 2 次方程式の 2 つの解を α ， β ($\alpha < \beta$) とすると、

$$\alpha = \boxed{\text{カ}}，\beta = \boxed{\text{キ}}$$

となる。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

これらより、4次方程式の4つの解 p, q, r, s ($p < q < r < s$) を求めることができる。このとき、

$$p = \frac{\boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

$$q = \frac{\boxed{\text{シ}} - \sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

$$r = \frac{\boxed{\text{タ}} + \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

〔Ⅲ〕

$$A = \begin{pmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \cos 2\beta & 2 \sin^2 \beta & \sin 2\alpha \\ \cos^2 \beta & 0 & \sin^2 \beta \end{pmatrix}$$

とする。

(1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$ のとき,

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ならば, $x = \boxed{\text{ア}}$, $y = \boxed{\text{イ}}$, $z = \boxed{\text{ウ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ については, 以下の①～⑨からそれぞれ1つを選ぶ。

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

⑥ 5

⑦ -1

⑧ -2

⑨ -3

⑩ -4

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

(2) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ のとき,

$$A^2 = \begin{pmatrix} \boxed{\text{エ}} \\ \boxed{\text{オ}} \\ \boxed{\text{カ}} \end{pmatrix} (1 \ 0 \ 0) + \boxed{\text{キ}} \begin{pmatrix} \boxed{\text{ク}} & \boxed{\text{ケ}} & \boxed{\text{コ}} \\ \boxed{\text{サ}} & \boxed{\text{シ}} & \boxed{\text{ス}} \\ \boxed{\text{セ}} & \boxed{\text{ソ}} & \boxed{\text{タ}} \end{pmatrix}$$

である。

ただし, $\boxed{\text{キ}}$ については以下の①～⑨から 1 つを選び, $\boxed{\text{ク}} \sim \boxed{\text{タ}}$ については, 前ページの①～⑨からそれぞれ 1 つを選べ。

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| ① $\sin \beta$ | ① $\cos \beta$ | ② $\sin^2 \beta$ | ③ $\cos^2 \beta$ |
| ④ $\sin^4 \beta$ | ⑤ $\cos^4 \beta$ | ⑥ $2 \sin^2 \beta$ | ⑦ $2 \cos^2 \beta$ |
| ⑧ $4 \sin^4 \beta$ | ⑨ $4 \cos^4 \beta$ | | |

〔Ⅳ〕

2つの曲線

$$C_1: y = f_1(x) = -x^3 + a^2$$

$$C_2: y = f_2(x) = x^2 - a^2x$$

は3つの異なる点を共有する。 $a > 0$ のとき、それらの共有点の x 座標を小さい順に x_1, x_2, x_3 とし、 $x_1 \leq x \leq x_2$ において C_1 と C_2 により囲まれた部分の面積を S_1 、 $x_2 \leq x \leq x_3$ において C_1 と C_2 により囲まれた部分の面積を S_2 とする。

(1) $a > 1$ のとき、 $x_1 = \boxed{\text{ア}}$ 、 $x_2 = \boxed{\text{イ}}$ 、 $x_3 = \boxed{\text{ウ}}$ となるから、

$$S_1 = pa^4 + qa^3 + ra^2 + s$$

とおくと、 $p = \boxed{\text{エ}}$ 、 $q = \boxed{\text{オ}}$ 、 $r = \boxed{\text{カ}}$ 、 $s = \boxed{\text{キ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ 、 $\boxed{\text{ウ}}$ については以下のA群の①～⑨のうちからそれぞれ1つを、 $\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{キ}}$ については以下のB群の①～⑨のうちからそれぞれ1つを選べ。

A群

- | | | | | |
|--------|--------|--------|---------|----------|
| ④ -1 | ① -2 | ② $-a$ | ③ $-2a$ | ④ $-a^2$ |
| ⑤ 1 | ⑥ 2 | ⑦ a | ⑧ $2a$ | ⑨ a^2 |

B群

- | | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| ① $-\frac{1}{12}$ | ① $-\frac{1}{4}$ | ② $-\frac{1}{3}$ | ③ $-\frac{2}{3}$ | ④ $-\frac{1}{2}$ |
| ⑤ $\frac{1}{12}$ | ⑥ $\frac{1}{4}$ | ⑦ $\frac{1}{3}$ | ⑧ $\frac{2}{3}$ | ⑨ $\frac{1}{2}$ |

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

- (2) $0 < a < 1$ のとき, $x_1 = \boxed{\text{ク}}$, $x_3 = \boxed{\text{ケ}}$ である。このとき, $S_1 = S_2$ となる a の値を求める。 $S_1 = S_2$ より,

$$\int_{\boxed{\text{ク}}}^{\boxed{\text{ケ}}} \{f_2(x) - f_1(x)\} dx = \boxed{\text{コ}}$$

が成り立ち, この式から, a に関する方程式が得られる。この方程式が -1 を解としてもつことを利用して a の値を求めると, $a = \boxed{\text{サ}}$ となる。

ただし, $\boxed{\text{ク}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ については 10 ページの A 群の①～⑨のうちからそれぞれ 1 つを, $\boxed{\text{サ}}$ については 10 ページの B 群の①～⑨のうちから 1 つを選ぶ。

[V]

正の整数 n に対して、「偶数ならば 2 で割り、奇数ならば 1 を引いて 2 で割る」という操作を値が 1 になるまで繰り返し行うときの操作回数を a_n とする。ただし、 $a_1 = 0$ とする。たとえば、 $n = 10$ のとき、値は $10 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ のように 3 回の操作で 1 になるから、 $a_{10} = 3$ である。

(1) $a_{25} = \boxed{\text{ア}}$ である。また、 $a_n = \boxed{\text{ア}}$ が成り立つのは、 $\boxed{\text{イウ}} \leq n \leq \boxed{\text{エオ}}$ のときである。

(2) p を正の整数とする。 $a_n = p$ を満たす最小の n は $\boxed{\text{カ}}$ である。また、 $a_n = p$ を満たす n の個数を α_p とすると、 $\alpha_p = \boxed{\text{キ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{カ}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ については以下の①～⑧のうちからそれぞれ 1 つを選べ。

① $2^{p-1} - 1$

① 2^{p-1}

② $2^{p-1} + 1$

③ $2^p - 1$

④ 2^p

⑤ $2^p + 1$

⑥ $2^{p+1} - 1$

⑦ 2^{p+1}

⑧ $2^{p+1} + 1$

([V]の問題は次ページに続く。)

(3) $n = 2^{25} + 1$ とすると,

$$\sum_{k=1}^n a_k = \left(\boxed{\text{クケ}} \sum_{p=1} p \alpha_p \right) + \boxed{\text{コサ}} = \boxed{\text{シス}} \cdot 2^{25} + \boxed{\text{セソ}}$$

である。

生命科学部生命機能学科生命機能学専修，デザイン工学部システムデザイン学科
のいずれかを志望する受験生は，以下の〔VI〕を解答しないこと。

〔VI〕

原点 O を通り， x 軸と角度 $\theta (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ をなす直線 m がある。また，
中心 P_1 が m 上にあり，点 $(1, 0)$ で x 軸と接する円を C_1 とする。さらに，中
心 $P_2(a, b)$ が m 上にあり， x 軸および C_1 と接する円を C_2 とする。ただし，
 $a < 1$ とする。

(1) $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき， $a = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) a を θ を用いて表すと， $a = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ となる。

ただし， $\boxed{\text{エ}}$ ， $\boxed{\text{オ}}$ については以下の A 群の①～⑨のうちからそれぞれ
1 つを選べ。

A 群

① $\sin \theta$

① $\cos \theta$

② $\sin \frac{\theta}{2}$

③ $\sin^2 \theta$

④ $\tan \theta$

⑤ 1

⑥ $1 - \sin \theta$

⑦ $1 + \sin \theta$

⑧ $1 - \cos \theta$

⑨ $1 + \cos \theta$

((VI)の問題は次ページに続く。)

(3) $x = \sin \theta$ とおき, C_2 の面積 S を x を用いて表すと, $S = \frac{\boxed{\text{力}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi$ となる。

ただし, $\boxed{\text{力}}$ については以下の B 群の①～⑨のうちから, $\boxed{\text{キ}}$ については以下の C 群の①～⑨のうちから, それぞれ 1 つを選べ。

B 群

- | | | | |
|----------------|------------------|--------------|----------------|
| ① x | ④ $1 - x$ | ⑦ $1 + x$ | ⑩ $1 - x^2$ |
| ② $1 + x^2$ | ⑤ $x(1 - x)$ | ⑧ $x(1 + x)$ | ⑪ $x^2(1 + x)$ |
| ③ $x^2(1 - x)$ | ⑥ $x^2(1 + x^2)$ | | |

C 群

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $(1 - x)^2$ | ④ $(1 - x)^3$ | ⑦ $(1 - x)^4$ | ⑩ $(1 + x)^2$ |
| ② $(1 + x)^3$ | ⑤ $(1 + x)^4$ | ⑧ $(1 + x^2)^2$ | ⑪ $(1 + x^2)^3$ |
| ③ $(1 - x^2)^2$ | ⑥ $(1 - x^2)^3$ | | |

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(4) S は $x = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ のとき最大となり，最大値 $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \pi$ をとる。

(以上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペンを用いてマークしないこと。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしないこと。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしないこと。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	1	2	3	4	5	枠外にはみ出してマークしないこと。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	○でかこんでマークしないこと。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	×を書いてマークしないこと。