

理工学部A方式Ⅱ日程・生命科学部A方式Ⅱ日程

デザイン工学部A方式Ⅱ日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっているので注意すること。

志望学部・学科	解答する問題
理工学部(電気電子工・経営システム工学科)	〔Ⅰ〕～〔Ⅳ〕
生命科学部(環境応用化学科)	
デザイン工学部(建築学科(理科型))	
生命科学部(生命機能学科植物医科学専修)	〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕
デザイン工学部(建築学科(表現力型))	

4. 問題文は4ページから16ページまでとなっている。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、－ (マイナスの符号)、または 0～9 までの数が1つずつ入る。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、既約分数で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9
ウ	☐	0	☒	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続く。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開かないこと。

[I]

- (1) 自然数 15, 40, n の最大公約数が 5 で最小公倍数が 600 である。このような n は ア 個あり, 最小の n は イウ, 最大の n は エオカ である
- (2) 最大公約数と最小公倍数の和が 51 であるような 2 つの自然数 $a, b (a < b)$ は キ 組あり, 最大の a の値は クケ である。

〔Ⅱ〕

点 $P(a, b)$ は曲線 $y = 2x^2$ 上にあるとし、この曲線の P における接線を ℓ とする。

(1) ℓ の方程式を $y = C_1 ax + C_2 a^2$ とおくと、 $C_1 = \boxed{\text{ア}}$ 、 $C_2 = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $a \neq 0$ として、 ℓ が x 軸と交わる点を Q 、 y 軸と交わる点を R とすると、 Q の x 座標は $\boxed{\text{ウ}}$ a であり、 R の y 座標は $\boxed{\text{エ}}$ a^2 である。また $\frac{PR}{PQ} = \boxed{\text{オ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{オ}}$ については以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

⑥ $-\frac{1}{2}$ ⑦ -1 ⑧ -2 ⑨ -3 ⑩ -4

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

(3) ℓ と曲線 $y = x^2 + 2x - 5$ の 2 つの共有点を S, T とする。PS = PT となるのは、 $a = \boxed{\text{力}}$ のときであり、このとき PS = $\boxed{\text{キ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{力}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ については以下の①～⑨からそれぞれ 1 つを選べ。

- | | | | | |
|-----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| ① $\frac{1}{2}$ | ② 1 | ③ 2 | ④ 3 | ⑤ $\sqrt{5}$ |
| ⑥ $2\sqrt{5}$ | ⑦ $3\sqrt{5}$ | ⑧ $\sqrt{17}$ | ⑨ $2\sqrt{17}$ | ⑩ $3\sqrt{17}$ |

〔Ⅲ〕

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

とする。ただし、 a, b, c, d はそれぞれ $-1, 0, 1$ のいずれかであるとする。

(1) A として考えられる行列は アイ 個存在する。

(2) 逆行列をもたない A の個数を m とすると、 m は $ad - bc =$ ウ を満たす a, b, c, d の組合せの数に等しい。

この組合せの数を ad の値によって場合わけすると、 $ad = -1$ であるのは エ 個、 $ad = 0$ であるのは オカ 個、 $ad = 1$ であるのは キ 個存在するから、 $m =$ クケ となる。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

(3) $A^2 = A$ となる A は コサ 個存在する。

(4) 原点を O とし、平面上の点 P が行列 A で表される移動によって移される点を P' とする。任意の点 P に対して、 $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OP'}|$ が成り立つ A は シ 個存在する。また、任意の点 P に対して、 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OP'} = 0$ となる A は、零行列以外に ス 個存在する。

[IV]

定数 a, b, c に対して $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3bx + c$ とおく。

$y = f(x)$ は、 $\boxed{\text{ア}} > 0$ のとき、 $x = a, \beta (a \neq \beta)$ で極値をとる。このとき、

$$a + \beta = \boxed{\text{イ}}, \quad a^2 + \beta^2 = \boxed{\text{ウ}}, \quad a^3 + \beta^3 = \boxed{\text{エ}}$$

である。

曲線 $y = f(x)$ 上の 2 点 $P(a, f(a)), Q(\beta, f(\beta))$ に対して、線分 PQ の中点を $M(\gamma, \delta)$ とおくと、

$$\gamma = \boxed{\text{オ}}, \quad \delta = \boxed{\text{カ}}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{カ}}$ については以下の①～⑨からそれぞれ 1 つを選べ。

㊦ $-2a$

① $-a$

① a

② $2a$

③ $a^2 - 4b$

④ $a^2 - b$

⑤ $4a^2 - 2b$

⑥ $-8a^3 + 2ab$

⑦ $-8a^3 + 6ab$

⑧ $2a^3 - 3ab + c$

⑨ $4a^3 + 3ab + c$

([IV]の問題は次ページに続く。)

$y = f(x)$ 上に点 $A(x, f(x))$ をとる。点 $B(X, Y)$ に対して、線分 AB の中点が M であれば、

$$X = -x + U$$

$$Y = -x^3 - 3ax^2 - 3bx + V$$

となる。ただし $U = \boxed{\text{キ}}$, $V = \boxed{\text{ク}}$ である。これより $Y = f(X)$ が成り立つので、点 B は $y = f(x)$ 上に存在する。

ただし、 $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ については以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

① $-2a$

② $-a$

③ a

④ $2a$

⑤ 1

⑥ $2a^3 - 3ab + c$

⑦ $2a^3 + 3ab + c$

⑧ $4a^3 - 6ab + c$

⑨ $4a^3 - 3ab + c$

⑩ $4a^3 + 3ab + c$

⑪ $20a^3 + 6ab + c$

[V]

原点を中心とする半径 1 の円 C_1 に内接する正三角形 $P_1Q_1R_1$ をつくる。ただし、 P_1 の座標を $(0, 1)$ とする。

つぎに、この正三角形に内接する円を C_2 とし、この円に内接する正三角形 $P_2Q_2R_2$ をつくる。ただし、 P_2 は、原点を中心にして P_1 を $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点と原点を結ぶ線分上にあるものとする。

同様に、この正三角形に内接する円 C_3 、およびこの円に内接する正三角形 $P_3Q_3R_3$ をつくる。ただし、 P_3 は、原点を中心にして P_2 を $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点と原点を結ぶ線分上にあるものとする。このようにして、円 $C_i (i = 1, 2, \dots)$ と、これに内接する正三角形 $P_iQ_iR_i$ をつくる。

(1) 正三角形 $P_1Q_1R_1$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり、 C_2 の半径は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) C_3 の面積は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}} \pi$ であり、 P_3 の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}, \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)$$

である。

([V]の問題は次ページに続く。)

(3) 線分 P_1P_2 の長さは $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ であり, 線分 $P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{n-1}P_n$ の長

さの和は, $\sqrt{\boxed{\text{チ}}} \left(\boxed{\text{ツ}} - \left(\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \right)^{\boxed{\text{ナ}}} \right)$ である。

ただし, $\boxed{\text{ナ}}$ については以下の①～⑨から 1 つを選べ。

- | | | | | |
|-------------|-------------|---------|-------------|-------------|
| ① $n - 2$ | ① $n - 1$ | ② n | ③ $n + 1$ | ④ $n + 2$ |
| ⑤ $n^2 - 2$ | ⑥ $n^2 - 1$ | ⑦ n^2 | ⑧ $n^2 + 1$ | ⑨ $n^2 + 2$ |

生命科学部生命機能学科植物医科学専修、デザイン工学部建築学科(表現力型)の
いずれかを志望する受験生は、以下の〔VI〕を解答しないこと。

〔VI〕

$f(x) = 1 - x^2$ ($x \geq 0$) とする。

$$(1) \int_0^1 f(f(x)) dx = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}} \text{である。}$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \text{である。}$$

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sqrt{x}) \sin x \, dx = \boxed{\text{カ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{カ}}$ については以下の①～⑨から 1 つを選べ。

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3 ⑥ 4
 ⑦ π ⑧ $\pi + 1$ ⑨ $\frac{1}{2}$ ⑩ $\frac{\pi}{2}$ ⑪ $\frac{\pi + 1}{2}$

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f^{-1}(\sin^2 x) \cos x \, dx = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ については以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5
 ⑥ $\pi - 1$ ⑦ π ⑧ $\pi + 1$ ⑨ $\pi + 2$

(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを用いてマークしないこと。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしないこと。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしないこと。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	1	2	3	4	5	枠外にはみ出してマークしないこと。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	○でかこんでマークしないこと。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	×を書いてマークしないこと。