

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は 2 ページから 11 ページまでとなっている。
4. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題文中のア、イ、ウ… のそれぞれに当てはまるものを問題ごとの解答群から 1 つずつ選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。ただし、整数の解答(平方根の中や、分数の分母と分子を含む)が求められているときは、右詰で、余った上位の桁には 0 と解答しなさい。負の符号が必要な場合は先頭(分数の場合は分子の先頭)に置きなさい。分数の形で解答が求められているときは既約分数で、平方根の形で答が求められているときは平方根の中ができるだけ小さな正の整数または 0 となるように解答しなさい。

(例)

例えば $\frac{\boxed{\text{アイウエ}}}{\boxed{\text{オカキク}}}$ のような解答欄に $-\frac{22}{7}$ と解答したいときは

$\frac{\boxed{-022}}{\boxed{0007}}$ と、 $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ $x + \boxed{\text{オカキ}}$ に $3x - 5$ と解答したいときは

$\frac{\boxed{03}}{\boxed{01}}$ $x + \boxed{-05}$ と、 $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ に $\sqrt{8}$ と解答したいときは

$\boxed{2}\sqrt{\boxed{2}}$, $\sqrt{7}$ と解答したいときは $\boxed{1}\sqrt{\boxed{7}}$ と記入しなさい。

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続く。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開かないこと。

[I]

以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

(1) 直線 $y = \frac{1}{3}x$ を l_1 , 直線 $y = -\frac{1}{2}x$ を l_2 とする。ベクトル $\vec{v}_1 =$

$(1, \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}})$ は l_1 と平行であり, ベクトル $\vec{v}_2 = (1, \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}})$ は l_2 と平行

である。 $\vec{v}_1$ と $\vec{v}_2$ の内積は $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

2 直線 l_1 と l_2 のなす角 $\theta (0 \leq \theta < \pi)$ は $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}\pi$ である。

(2) x に関する方程式 $2^x + 2^{-x} - a = 0$ は $a \geq \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ のとき実数解をもつ。

(3) $\log_{0.25}(x-3) \geq 0.5$ を満たす x の範囲は, $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}} < x \leq \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{フ}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ -				

(4) 行列

$$R_k = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4^k} & -\sin \frac{\pi}{4^k} \\ \sin \frac{\pi}{4^k} & \cos \frac{\pi}{4^k} \end{pmatrix}$$

は回転を表す行列である。行列

$$R_1 = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$$

は点(1, 0)を点(,)に移す。行列

$$P_n = R_n R_{n-1} R_{n-2} \cdots R_2 R_1$$

により点(1, 0)が点(x_n, y_n)に移動するとき, $n \rightarrow \infty$ の極限では $x_n \rightarrow$

および $y_n \rightarrow$ となる。

~ の解答群

① 0	① 1	② -1	③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$	④ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$	⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	⑦ $\sqrt{3}$	⑧ $-\sqrt{3}$	⑨ $\frac{1}{2}$
⑩ $-\frac{1}{2}$				

(5) x を複素数とする。

$x^3 - 1 = 0$ は = 0 であるための必要条件である。

$x^3 - 1 = 0$ は = 0 であるための十分条件である。

· の解答群

① $x^2 - x - 1$	① $x^2 - x + 1$	② $x^2 + x - 1$	③ $x^2 + x + 1$
④ $x^2 + 1$	⑤ $x^2 - 1$	⑥ $x^4 - 1$	⑦ $x^5 - 1$
⑧ $x^6 - 1$	⑨ $x^7 - 1$	⑩ $x - i$	⑪ $x + i$

〔Ⅱ〕

関数 $f(x) = 4 \sin x + \cos 2x - 1$ について、以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1) この関数の周期は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}} \pi$ である。

以下では $0 \leq x \leq 2\pi$ とする。

- (2) $f(x) \leq 0$ となる x の範囲は $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}} \pi \leq x \leq \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \pi$ である。

- (3) $f(x)$ の値が最小となるのは $x = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}} \pi$ のときで、最小値は $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ となる。

また $f(x)$ の値が最大となるのは $x = \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}} \pi$ のときで、最大値は

$\frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ となる。

- (4) $y \leq f(x)$ かつ $y \geq 0$ で表される領域の面積は $\frac{\boxed{\text{ヘホ}}}{\boxed{\text{マミ}}} + \frac{\boxed{\text{ムメ}}}{\boxed{\text{モヤ}}} \pi$ である。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ヤ}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ —				

〔Ⅲ〕

a を正の定数とする。点 $(1, 0)$ を通り傾きが $4a$ の直線 l がある。原点で x 軸に接する放物線 c と直線 l が点 P において接している。点 P を通り l に直交する直線 l' は y 軸と点 Q で交わる。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

(1) c と l の接点 P は $(\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}a + \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}, \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}a + \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}})$ である。

(2) 放物線 c と直線 l および y 軸で囲まれる部分の面積は $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}a^{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(3) $a = \frac{1}{3}$ のとき、点 Q の座標は $(0, \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}})$ である。

(4) $a = \frac{1}{4}$ のとき、線分 PQ の長さは $\boxed{\text{ハヒ}}\sqrt{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

(5) 2 直線 l, l' および y 軸で囲まれる部分の面積が最小になるのは $a = \frac{\boxed{\text{ホマ}}}{\boxed{\text{ミム}}}$ のときである。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ム}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ -				

[IV]

a, b, α, β を実数の定数とする。関数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3bx$ が $x = \alpha$ で極大、 $x = \beta$ で極小となり、極大値と極小値の和が 36、差が 4 である。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

(1) $\alpha + \beta = \boxed{\text{ア}}$, $\alpha\beta = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $f(x)$ を $(x - \alpha)(x - \beta)$ で割ると商は $\boxed{\text{ウ}}x - \boxed{\text{エ}}$, 剰余は $\boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}}$ である。

(3) これより

$$f(\alpha) + f(\beta) = \boxed{\text{キ}}(\alpha + \beta) + \boxed{\text{ク}} = 36$$

$$f(\alpha) - f(\beta) = \boxed{\text{ケ}}(\alpha - \beta) + \boxed{\text{コ}} = 4$$

となる。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{コ}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ a
④ $2a$	⑤ b	⑥ $2b$	⑦ ab
⑧ $2ab$	⑨ $(b - a^2)$	⑩ $2(b - a^2)$	⑪ $(a^2 - b)$
⑫ $2(a^2 - b)$	⑬ a^2b	⑭ $2a^2b$	

(4) 以上より、 $a = \boxed{\text{サシ}}$, $b = \boxed{\text{スセ}}$ である。

$\boxed{\text{サ}} \sim \boxed{\text{セ}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ —				

[V]

n 人でグー、チョキ、パーを出してジャンケンをする。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1) 場合の数は全部で $\boxed{\text{ア}}$ $\boxed{\text{イ}}$ 通りある。ただし、人はすべて区別するものとする。

$\boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}$ の解答群

① 0	④ $n - 1$	⑦ $2n - 1$
② 2	⑤ n	⑧ $2n$
③ 3	⑥ $n + 1$	⑨ $2n + 1$

- (2) r ($0 < r < n$) 人が勝つ場合を $N(r)$ 通りとすると

$$N(r) = 3 \times \boxed{\text{ウ}}$$

である。

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

① $n!$	④ ${}_nC_r$	⑦ ${}_{{n+r-1}}C_n$
② $n!r!$	⑤ ${}_{n-1}C_r$	⑧ $\frac{n!}{(n-r)!}$
③ $n!(n-r)!$	⑥ ${}_nC_{r-1}$	⑨ $\frac{n!}{r!}$

- (3) だれか一人でも勝つ場合を W 通りとすると

$$W = \sum_{r=\boxed{\text{エ}}}^{\boxed{\text{オ}}} N(r)$$

である。

(4) W の値を計算するには

$${}_nC_0 + {}nC_1 + {}nC_2 + \cdots + {}nC_{n-1} + {}nC_n = \sum_{k=0}^n {}nC_k = 2^{\boxed{\text{カ}}}$$

という関係式が役立つ。

(5) 以上のことから、あいこの確率は

$$1 - \frac{2^{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}}{3^{\boxed{\text{ケ}}}}$$

である。

注. 「あいこ」とはグー, チョキ, パーがすべて出ているか, グー, チョキ, パーのうち 1 種類だけ出ていることを指す。

$\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$ の解答群

- | | | | | |
|---------|---------|---------|-------|---------|
| ① 0 | ② 1 | ③ 2 | ④ 3 | ⑤ $n-1$ |
| ⑥ n | ⑦ $n+1$ | ⑧ $r-1$ | ⑨ r | ⑩ $r+1$ |
| ⑪ $n-r$ | ⑫ $n+r$ | | | |

(2) 記入上の注意

マークシート解答は、鉛筆でマークしたものを機械が直接読みとって採点する。したがって解答はHBの黒鉛筆でマークすること(万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを使用しないこと)。

① 記入例 アの解答を3にマークする場合。

正しいマークの例

ア	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	0	1	2	3	4	5	枠外にはみ出してマークしないこと。
ア	0	1	2	3	4	5	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	0	1	2	3	4	5	○でかこんでマークしないこと。
ア	0	1	2	3	4	5	×を書いてマークしないこと。

② 解答を訂正する場合は、消しゴムでよく消してから、あらためてマークすること。

③ 解答用紙をよごしたり、折りまげたりしないこと。

④ 問題に指定された数よりも多くマークしないこと。