

理工学部A方式Ⅱ日程・生命科学部A方式Ⅱ日程

デザイン工学部A方式Ⅱ日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっている。問題に指示されている通りに解答すること。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は4ページから16ページまでとなっている。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、－ (マイナスの符号), または 0～9 までの数が1つずつ入る。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、既約分数で解答しなさい。

また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9
ウ	☐	0	☒	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続く。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開かないこと。

[I]

1 から 10 までの整数をすべて並べた順列を考え, i 番目 ($i = 1, 2, \dots, 10$) の数を a_i とする。さらに, $a_i > a_{i+1}$ である i ($1 \leq i \leq 9$) の個数を r とする。

たとえば, 順列

1 3 5 8 10 2 4 6 7 9

に対しては $r = 1$, 順列

3 5 8 10 2 4 6 1 7 9

に対しては $r = 2$ である。

- (1) $a_1 = 1, a_3 = 3, a_6 = 6, a_{10} = 10$ である順列は アイウ 通り存在する。
- (2) $a_4 = 1, r = 1$ である順列は エオ 通り存在する。
- (3) $a_4 = 1, a_8 = 10, r = 2$ である順列は カキク 通り存在する。
- (4) $a_1 = 10, a_2 \neq 1, r = 2$ である順列は ケコサ 通り存在する。

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

$P(x)$ を x の整式とし、 $P(x)$ を $x^2 - 1$ で割ったときの余りが $-6x + 7$ 、 $P(x)$ を $x^2 - 3x - 4$ で割ったときの余りが $-3x + 10$ であるとする。

(1) $P(x)$ を $x^2 - 5x + 4$ で割ったときの余りを $ax + b$ とすると、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ である。また、 $\{P(x)\}^3$ を $x^2 - 5x + 4$ で割ったときの余りを $cx + d$ とすると、 $c = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $d = \boxed{\text{エ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

- | | | | | |
|-----|------|------|------|------|
| ① 0 | ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 |
| ⑤ 5 | ⑥ -1 | ⑦ -2 | ⑧ -3 | ⑨ -4 |

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

(2) k を正の整数とする。 $\{P(x)\}^k$ を $x^2 - 5x + 4$ で割ったときの余りは

$$\frac{1}{\boxed{\text{オ}}}\left\{\boxed{\text{カキ}} + (-\boxed{\text{ク}})^{\boxed{\text{ケ}}}\right\}x + \frac{1}{\boxed{\text{オ}}}\left\{\boxed{\text{コ}} - (-\boxed{\text{ク}})^{\boxed{\text{ケ}}}\right\}$$

である。また、 $\sum_{i=1}^k \{P(x)\}^i$ を $x^2 - 5x + 4$ で割ったときの余りは

$$-\frac{1}{\boxed{\text{サ}}}\left\{\boxed{\text{シ}}^k + \boxed{\text{ス}} + (-\boxed{\text{セ}})^{\boxed{\text{ソ}}}\right\}x + \frac{1}{\boxed{\text{サ}}}\left\{\boxed{\text{タチ}}^k + \boxed{\text{ツ}} + (-\boxed{\text{セ}})^{\boxed{\text{ソ}}}\right\}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{ソ}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| ① k | ② $k+1$ | ③ $k+2$ | ④ $k+3$ | ⑤ $k+4$ |
| ⑥ $k+5$ | ⑦ $k-1$ | ⑧ $k-2$ | ⑨ $k-3$ | ⑩ $k-4$ |

〔Ⅲ〕

k を正の定数, a を定数とし, 曲線 $y = x^3 - k^2x$ を C_1 , 曲線 $y = kx^2 + a$ を C_2 とする。

C_1 と C_2 は x 座標が t である点 P を共有し, P における C_1 の接線 ℓ が P において C_2 にも接しているものとする。

- (1) $t > 0$ であるのは $a = \boxed{\text{ア}}$ のときで $t = \boxed{\text{イ}}$ であり, $t < 0$ であるのは $a = \boxed{\text{ウ}}$ のときで $t = \boxed{\text{エ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$ については, 以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

- ① $-\frac{1}{3}k$ ② $\frac{1}{3}k$ ③ $-k$ ④ k ⑤ $3k$
 ⑥ $-\frac{5}{27}k^3$ ⑦ $-\frac{11}{27}k^3$ ⑧ $-k^3$ ⑨ k^3 ⑩ $15k^3$

- (2) $a = \boxed{\text{ア}}$ とする。このとき, x 座標が $\boxed{\text{イ}}$ である点 P を通って ℓ に垂直な直線と C_1 の共有点が2個であるのは $k^4 = \boxed{\text{オ}}$ のときである。

- (3) $a = \boxed{\text{ウ}}$ とする。曲線 C_2 , x 軸, y 軸および直線 $x = \boxed{\text{エ}}$ で囲まれる図形

の面積は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}} k^4$ である。

(計 算 用 紙)

[IV]

$0 \leq t < 2\pi$ とし、空間に 2 つのベクトル $\overrightarrow{OA} = (\cos t, 1, \sin t)$,
 $\overrightarrow{OB} = (1, \sin t, \cos t)$ をとる。また、この 2 つのベクトルのなす角を
 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とし、 $x = \sin t + \cos t$ とおく。

(1) $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ である。

(2) x のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{イ}} \leq x \leq \boxed{\text{ウ}}$ であり、 $\cos \theta$ は、 x を用いて

$$\cos \theta = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} (x^2 + \boxed{\text{カ}} x - \boxed{\text{キ}})$$

と表される。

ただし、 $\boxed{\text{イ}}$ 、 $\boxed{\text{ウ}}$ については、以下の A 群の①～⑨からそれぞれ 1 つ
 を選べ。

A 群

- | | | | | |
|-----------------|------------------|------------------|-----------------|------------------|
| ① -1 | ① 1 | ② $-\frac{1}{3}$ | ③ $\frac{1}{3}$ | ④ $-\frac{1}{2}$ |
| ⑤ $\frac{1}{2}$ | ⑥ $-\frac{2}{3}$ | ⑦ $\frac{2}{3}$ | ⑧ $-\sqrt{2}$ | ⑨ $\sqrt{2}$ |

([IV]の問題は次ページに続く。)

(3) $x = \boxed{\text{ク}}$ のとき $\cos \theta$ は最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとり、このとき、 θ は最大値 $\boxed{\text{コ}}$ π をとる。

また、 $x = \boxed{\text{サ}}$ のとき θ は最小となり、このとき、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ク}} \sim \boxed{\text{サ}}$ については、10 ページのA群の①～⑨から、 $\boxed{\text{シ}}$ については、以下のB群の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

B 群

① $1 - 2\sqrt{2}$

② $2 - 2\sqrt{2}$

③ $-1 + \sqrt{2}$

④ $-1 + 2\sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

⑥ $1 + 2\sqrt{2}$

⑦ $2 + \sqrt{2}$

⑧ $1 + 3\sqrt{2}$

⑨ $2 + 3\sqrt{2}$

⑩ $3 + 3\sqrt{2}$

(4) $\triangle OAB$ の面積を S とおくと、 S は、 $x = \boxed{\text{セ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ソ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{タ}}$ のとき最小となる。

ただし、 $\boxed{\text{セ}}$ については、上のB群の①～⑨から、 $\boxed{\text{ソ}}$ 、 $\boxed{\text{タ}}$ については、10 ページのA群の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

[V]

2 次の正方行列 A , B が $AB = \begin{pmatrix} -2 + \sqrt{3} & 1 + 2\sqrt{3} \\ -3 - \sqrt{3} & -1 + 3\sqrt{3} \end{pmatrix}$ を満たし、行列 A

の表す 1 次変換は、点 $(2, 2)$ と $(-2, 2)$ をそれぞれ点 $(12, 8)$ と $(4, 16)$ に移す。また、座標 $(1, 2)$ の点を P で表し、自然数 n に対して、行列 B^n の表す 1 次変換により点 P を移した点を P_n で表す。

(1) $A = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ア}} & \boxed{\text{イ}} \\ \boxed{\text{ウエ}} & \boxed{\text{オ}} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \boxed{\text{カ}} & \boxed{\text{キ}} \\ \boxed{\text{ク}} & \boxed{\text{ケ}} \end{pmatrix}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{カ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ 1 つを選べ。

- | | | | |
|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| ① -1 | ② 0 | ③ 1 | ④ $-\sqrt{3}$ |
| ⑤ $\sqrt{3}$ | ⑥ $-\frac{1}{2}$ | ⑦ $\frac{1}{2}$ | ⑧ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| ⑨ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | ⑩ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ⑪ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | |

([V]の問題は次ページに続く。)

(2) 点 P_7 の y 座標は $\frac{\boxed{\text{コ}} - \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(3) $n \leq 50$ のとき, P_n の x 座標が負である最小の n は $\boxed{\text{セ}}$, 最大の n は $\boxed{\text{ソタ}}$ である。

生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生は、以下の〔VI〕を解答しないこと。

〔VI〕

$f(x) = x \sin x$ とする。また、点 $(t, f(t))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線を ℓ とし、 ℓ と y 軸との交点の y 座標を $g(t)$ とする。ただし、 $0 \leq t \leq \frac{3}{2}\pi$ とする。

(1) $g(-\frac{2}{3}\pi) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi^{\boxed{\text{ウ}}}$ である。また、 $g(t) = 0$ を満たす t は $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。

(2) $g(t)$ は $t = a$ で最小となる。ただし、 a は $\boxed{\text{オ}} = 2$ を満たす実数であり、 $\boxed{\text{カ}}$ の範囲にある。

ただし、 $\boxed{\text{オ}}$ については、15 ページの A 群の①～⑨から 1 つを、 $\boxed{\text{カ}}$ については、15 ページの B 群の①～②から 1 つを選べ。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

A 群

① $\alpha \sin \alpha$

① $\alpha \cos \alpha$

② $\alpha \tan \alpha$

③ $\frac{\alpha}{\sin \alpha}$

④ $\frac{\alpha}{\cos \alpha}$

⑤ $\frac{\alpha}{\tan \alpha}$

⑥ $\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha}$

⑦ $\frac{\alpha}{\cos^2 \alpha}$

⑧ $\frac{\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

⑨ $\frac{\alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$

B 群

① $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$

① $\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \pi$

② $\pi \leq \alpha \leq \frac{3}{2}\pi$

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(3) $f(t)$ と $g(t)$ がともに正であるのは, $\boxed{\text{キ}} < t < \boxed{\text{ク}}$ のときである。このとき, 曲線 $y=f(x)$ ($0 \leq x \leq t$) と x 軸, および直線 $x=t$ で囲まれた図形の面積を S_1 , ℓ と x 軸と y 軸, および直線 $x=t$ で囲まれた図形の面積を S_2 とおくと, $S_1 = \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}$ であり, $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ が成り立つ。

ただし, $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ については, 以下のC群の①～⑨からそれぞれ1つを, $\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{シ}}$ については, 以下のD群の①～⑨からそれぞれ1つを選ぶ。

C 群

- | | | | | |
|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| ① 0 | ① $\frac{\pi}{6}$ | ② $\frac{\pi}{3}$ | ③ $\frac{\pi}{2}$ | ④ $\frac{2}{3}\pi$ |
| ⑤ $\frac{5}{6}\pi$ | ⑥ π | ⑦ $\frac{7}{6}\pi$ | ⑧ $\frac{4}{3}\pi$ | ⑨ $\frac{3}{2}\pi$ |

D 群

- | | | | |
|----------------|----------------|---------------------|---------|
| ① $\sin t$ | ① $\cos t$ | ② $\sin t \cos t$ | ③ t |
| ④ $t \sin t$ | ⑤ $t \cos t$ | ⑥ $t \sin t \cos t$ | ⑦ t^2 |
| ⑧ $t^2 \sin t$ | ⑨ $t^2 \cos t$ | | |

(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしないこと。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしないこと。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしないこと。
- ⑤ アの解答を 3 にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	枠外にはみ出してマークしないこと。			
ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	枠全体をマークするようにしなさい。			
ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしないこと。			
ア	⊖	0	①	②	③	④	⑤	×を書いてマークしないこと。			