

理工学部A方式I日程・生命科学部A方式I日程

デザイン工学部A方式I日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっている。問題に指示されている通りに解答すること。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は4ページから18ページまでとなっている。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題文中の ア, イ, ウ … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、－ (マイナスの符号)、または0～9までの数が1つずつ入る。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9
ウ	☐	0	☒	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続く。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開かないこと。

〔Ⅰ〕

半径1の円Oの円周上に2点A, Bがあり, 弦ABの中点をCとし,
 $\angle AOC = \alpha$ とおく。ただし, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする。また, 弦ABの延長上に
 点Dを, $AB : BD = 2 : 1$ となるようにとる。

(1) $OC = \boxed{\text{ア}}$, $CD = \boxed{\text{イ}}$, $OD = \sqrt{\boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}} \cos^2 \alpha}$ である。

ただし, $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ については, 以下の①~⑨からそれぞれ1つを選
 べ。

- ① $\sin \alpha$ ② $\cos \alpha$ ③ $\tan \alpha$ ④ $2 \sin \alpha$ ⑤ $2 \cos \alpha$
 ⑥ $2 \tan \alpha$ ⑦ $\sin 2\alpha$ ⑧ $\cos 2\alpha$ ⑨ $\tan 2\alpha$

(2) $\angle ADO = \alpha$ が成り立つとする。このとき, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$,

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。また, 線分ODと円Oの交点をEとすると,

$BE = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}} - \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

〔Ⅱ〕

初項 9，公差 4 の等差数列を $\{a_n\}$ とする。

(1) $a_n = \boxed{\text{ア}} n + \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，

$$S_n = \boxed{\text{ウ}} n^2 + \boxed{\text{エ}} n$$

であり， $S_n > 1000$ となる n の最小値は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(3) k を 1 以上 49 以下の整数とする。数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \begin{cases} a_n - k & (n = 1, 2, 3, \dots, k) \\ a_k - k & (n = k + 1, k + 2, k + 3, \dots) \end{cases}$$

で定める。

$\{b_n\}$ の初項から第 50 項までの和を T とすると，

$$T = \boxed{\text{キク}} k^2 + \boxed{\text{ケコサ}} k + \boxed{\text{シスセ}}$$

であり， $k = \boxed{\text{ソタ}}$ のとき T は最大値 $\boxed{\text{チツテト}}$ をとる。

〔Ⅲ〕

平面上に、1 辺の長さが 1 の正三角形 OAB があり、 $OA = \vec{a}$ 、 $OB = \vec{b}$ とお

く。ベクトル $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

直線 AB 上の点を C とすると、 $\vec{OC}$ は t を実数として

$$\vec{OC} = t\vec{a} + \boxed{\text{ウ}}\vec{b}$$

で表される。

ただし、 $\boxed{\text{ウ}}$ については、以下の ①～⑧ から 1 つを選べ。

- ① t ② $2t$ ③ $(t+1)$ ④ $(t-1)$
⑤ $(1-t)$ ⑥ $(2t+1)$ ⑦ $(2t-1)$ ⑧ $(1-2t)$

〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。

点 P が $\overrightarrow{OP} = 2\vec{a} + \vec{b}$ を満たし、2 直線 PC と OA が直交するとき、
 $\overrightarrow{OC} = \boxed{\text{エ}} \vec{a} - \boxed{\text{オ}} \vec{b}$ である。

また、直線 AB 上の点 D を、2 直線 PD と OB が直交するようにとると、
 $\overrightarrow{OD} = \boxed{\text{カキ}} \vec{a} + \boxed{\text{ク}} \vec{b}$ である。このとき、 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = \boxed{\text{ケコ}}$ である。こ
 こで、 $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OC}$ と $\overrightarrow{OD}$ を用いて表すと、

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \overrightarrow{OC} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \overrightarrow{OD}$$

となる。

〔Ⅳ〕

放物線 $y = -2x^2 + 2$ を C_1 とする。 C_1 は、点 $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ を頂点とし、 x 軸と 2 点 $A(\boxed{\text{ウエ}}, 0)$, $B(\boxed{\text{オ}}, 0)$ で交わる。ただし、 $\boxed{\text{ウエ}} < \boxed{\text{オ}}$ とする。

C_1 と x 軸で囲まれる部分を D とする。直線 $y = x$ に沿って、 D 上の点 $(0, 0)$ が点 $(2, 2)$ に到達するまで D を平行移動する。このとき、 C_1 が到達した放物線を C_2 とし、 D が通過した部分の面積を S とする。

C_2 の頂点の座標は $(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}})$ である。

C_1 と C_2 にともに接する直線を ℓ とすると、 ℓ の傾きは $\boxed{\text{ク}}$ であり、 C_1 と

ℓ の接点の座標は $(\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}, \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}})$ である。

D の、直線 $x = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ より左側の部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ であり、 S の値は

$\frac{\boxed{\text{テトナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

次の問題〔V〕は、生命科学部生命機能学科生命機能学専修、デザイン工学部システムデザイン学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

θ を実数として、行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -2 \sin \theta & 2 \cos \theta \end{pmatrix}$$

とする。

(1) $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、

$$A^2 = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ア}} & \boxed{\text{イ}} \\ \boxed{\text{ウ}} & \boxed{\text{エ}} \end{pmatrix}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

⑥ -3

⑦ -2

⑧ $-\frac{3}{2}$

⑨ $-\frac{1}{2}$

⑩ $\frac{1}{2}$

⑪ $\frac{3}{2}$

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

(2)

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{オ}} & \boxed{\text{カ}} \\ \boxed{\text{キ}} & \boxed{\text{ク}} \end{pmatrix}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{オ}} \sim \boxed{\text{ク}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選
べ。

① -1

② 0

③ 1

④ $\sin \theta$

⑤ $\cos \theta$

⑥ $-\sin \theta$

⑦ $-\cos \theta$

⑧ $\frac{1}{2} \sin \theta$

⑨ $\frac{1}{2} \cos \theta$

⑩ $-\frac{1}{2} \sin \theta$

⑪ $-\frac{1}{2} \cos \theta$

((V)の問題は次ページに続く。)

(3) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、定数 k に対して、

$$A \begin{pmatrix} k \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} - 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

が成り立つならば、 $k = \boxed{\text{ケ}}$ ， $\sin 2\theta = \boxed{\text{コ}}$ ， $\cos 2\theta = \boxed{\text{サ}}$ である。

よって、 $\theta = \boxed{\text{シ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ケ}}$ については、以下のA群の①～⑨から、 $\boxed{\text{コ}}$ ， $\boxed{\text{サ}}$ については、以下のB群の①～⑧から、 $\boxed{\text{シ}}$ については、以下のC群の①～⑨から、それぞれ1つを選べ。

A 群

- | | | | |
|---------------|--------------|------------------------|-------------------------|
| ① -1 | ④ 0 | ⑦ 1 | ⑩ 2 |
| ③ 3 | ⑥ $\sqrt{3}$ | ⑨ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ⑧ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| ② $-\sqrt{3}$ | ⑤ -2 | ⑧ -3 | |

B 群

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| ① 0 | ④ 1 | ⑦ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | ⑥ $\frac{1}{2}$ | ⑨ $-\frac{1}{2}$ |
| ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ⑧ -1 |

C 群

- | | | | |
|--------------------|---------------------|-------------------|--------------------|
| ① 0 | ④ $\frac{\pi}{12}$ | ⑦ $\frac{\pi}{6}$ | ⑩ $\frac{\pi}{4}$ |
| ③ $\frac{\pi}{3}$ | ⑥ $\frac{5}{12}\pi$ | ⑨ $\frac{\pi}{2}$ | ⑧ $\frac{2}{3}\pi$ |
| ② $\frac{5}{6}\pi$ | ⑤ π | | |

次の問題〔VI〕は、理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科、デザイン工学部都市環境デザイン工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

n を自然数、 e を自然対数の底とし、 $f(x) = xe^{-nx}$ とする。

- (1) $f(x)$ は、 $x = \boxed{\text{ア}}$ において極値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり、曲線 $y = f(x)$ の変曲点の x 座標は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ウ}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| ① 0 | ① 1 | ② 2 | ③ e | ④ $\frac{1}{e}$ |
| ⑤ $\frac{1}{n}$ | ⑥ $\frac{2}{n}$ | ⑦ $\frac{e}{n}$ | ⑧ $\frac{1}{2n}$ | ⑨ $\frac{1}{ne}$ |

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, および直線 $x = \boxed{\text{ア}}$ で囲まれる部分の面積は $\boxed{\text{エ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{エ}}$ については, 以下の ①～⑨ から 1 つを選べ。

① $\frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{e} \right)$ ① $\frac{1}{n} \left(1 - \frac{2}{e} \right)$ ② $\frac{1}{n} \left(1 - \frac{n}{e} \right)$

③ $\frac{1}{n^2}$ ④ $\frac{2}{n^2}$ ⑤ $\frac{1}{n^2 e}$

⑥ $\frac{2}{n^2 e}$ ⑦ $\frac{1}{n^2} \left(1 - \frac{1}{e} \right)$ ⑧ $\frac{1}{n^2} \left(1 - \frac{2}{e} \right)$

⑨ $\frac{1}{n^2} \left(1 - \frac{n}{e} \right)$

((VI)の問題は次ページに続く。)

(3) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $P(2, f(2))$ における接線と x 軸の交点を Q とする

と、 Q の x 座標は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}} - 1}$ である。

また、2点 P 、 Q および点 $R(2, 0)$ を頂点とする三角形 PQR の面積を

$S(n)$ とすると、 $S(n) = \frac{\boxed{\text{キ}}}{e^{\boxed{\text{ク}}} (\boxed{\text{ケ}} - 1)}$ であり、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S(n)}{S(n+1)} = \boxed{\text{コ}}$ と

なる。

ただし、 $\boxed{\text{オ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$ については、以下のA群の①～⑨から、 $\boxed{\text{コ}}$ については、以下のB群の①～⑨から、それぞれ1つを選ぶ。

A 群

- | | | | | |
|--------|-------|--------|--------|--------|
| ① e | ① 1 | ② 2 | ③ 4 | ④ 8 |
| ⑤ ne | ⑥ n | ⑦ $2n$ | ⑧ $4n$ | ⑨ $8n$ |

B 群

- | | | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| ① $\frac{1}{4e^2}$ | ① $\frac{1}{2e^2}$ | ② $\frac{1}{e^2}$ | ③ $\frac{2}{e^2}$ | ④ $\frac{4}{e^2}$ |
| ⑤ $\frac{e^2}{4}$ | ⑥ $\frac{e^2}{2}$ | ⑦ e^2 | ⑧ $2e^2$ | ⑨ $4e^2$ |

(以 上)