

(数 学)

受験学部により、解答する問題は以下の通り。

文学部は〔Ⅰ〕、〔Ⅱ〕、〔文学部Ⅲ〕

経営学部は〔Ⅰ〕、〔Ⅱ〕、〔経営学部Ⅲ〕

人間環境学部は〔Ⅰ〕、〔Ⅱ〕、〔人間環境学部Ⅲ〕

なお、指定された問題以外は採点の対象としない。

〔Ⅰ〕 θ は $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ を満たす角とする。このとき、 x の 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2(\cos \theta)x + \sin^2 \theta$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の最小値が 0 となるような、角 θ を求めよ。
- (2) θ が $45^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ の範囲を動くとき、放物線 $y = f(x)$ の頂点の軌跡を xy 平面上に図示せよ。

〔Ⅱ〕 $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 \leq 0$ で表される領域を D_1 、 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 24 \leq 0$ で表される領域を D_2 とおき、直線 $ax - y - a = 0$ を ℓ とおく。ただし、 a は実数の定数とする。このとき、次の条件を満たすような a の値の範囲をそれぞれ求めよ。

- (1) D_1 と D_2 の和集合 $D_1 \cup D_2$ が ℓ と共有点をもつ。
- (2) D_1 と D_2 の共通部分 $D_1 \cap D_2$ が ℓ と共有点をもつ。
- (3) D_1 が ℓ と共有点をもち、かつ D_2 が ℓ と共有点をもつ。

〔文学部Ⅲ〕

$\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ とおく。ただし、 i は虚数単位とする。

- (1) α^3 の値を求めよ。
- (2) 1 個のさいころを投げたとき、出る目を X とおく。 $\alpha + \alpha^X$ の値が実数となる確率を求めよ。
- (3) 大小 2 個のさいころを投げたとき、出る目をそれぞれ X および Y とおく。 $\alpha^X + \alpha^Y = 1$ となる確率を求めよ。

〔経営学部Ⅲ〕および〔人間環境学部Ⅲ〕

3 点 $O(0, 0, 0)$ 、 $A(4, 0, 3)$ 、 $B(-2, 1, 2)$ に対して、点 C を $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ を満たすようにとり、直線 AB と直線 OC の交点を D とする。ただし t は実数の定数で $t \neq -1$ とする。

- (1) $t = 3$ のとき、 $\overrightarrow{OD}$ を $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ で表せ。
- (2) $\triangle OAB$ において、 $\angle AOB$ の二等分線と辺 AB との交点が点 D と一致するとき、 t の値と D の座標を求めよ。
- (3) $|\overrightarrow{OD}|$ が最小になるときの、 t の値を求めよ。