

情報科学部A方式

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は2ページから9ページまでです。
4. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

解答上の注意

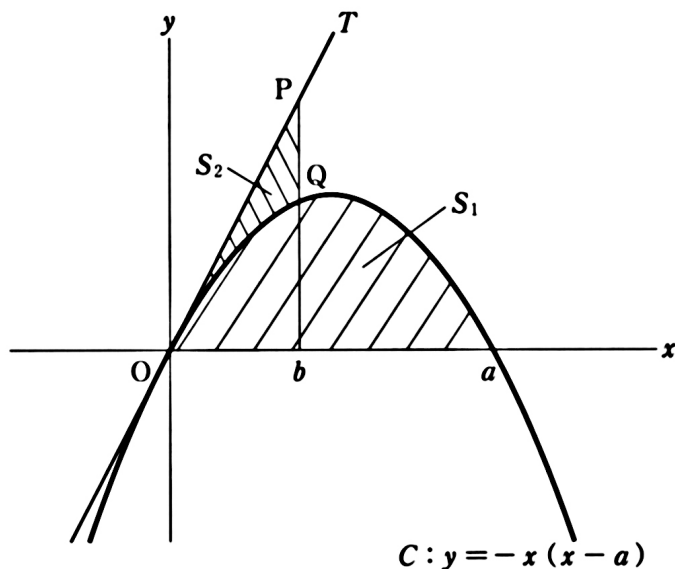
1. 問題文中のア、イ、ウ、… のそれぞれに当てはまるものを問題ごとの解答群から1つずつ選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。なお、以下に示す例の通りマークしなさい。例の通りになっていない場合は適切な採点ができない場合があるので注意すること。また、分数の形で解答が求められているときには、既約分数で解答しなさい。

例	解答欄	解答	記入のしかた
1.	$\frac{\boxed{\text{アイウ}} \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カキクケ}}}$	$\frac{-\sqrt{18}}{22}$	$\frac{\boxed{-03} \sqrt{\boxed{02}}}{\boxed{0022}}$ 整数の解答(分数の分母と分子を含む)が求められているときは、右詰で、余った上位の桁には0の選択肢を選びなさい。 負の符号が必要な場合は分子の先頭になるように選択肢を選びなさい。 根号の中はできるだけ小さい数になるように選択肢を選びなさい。 $\frac{-\sqrt{7}}{22}$ と解答したい場合には $\frac{-01\sqrt{07}}{0022}$ となるように選択肢を選びなさい。
2.	$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}x^2 + \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}x + \boxed{\text{ケコ}}$	$3x^2 - 5$	$\frac{\boxed{03}}{\boxed{01}}x^2 + \frac{\boxed{00}}{\boxed{01}}x + \boxed{-5}$ 分子が0の場合は分母が1になるように選択肢を選びなさい。
3.	$a\boxed{\text{ア}}b\boxed{\text{イ}} + a\boxed{\text{ウ}}b\boxed{\text{エ}}$	$a^2b + a$	$a\boxed{2}b\boxed{1} + a\boxed{1}b\boxed{0}$ 文字を使わない場合は指数が0になるように選択肢を選びなさい。

2. マークシート記入上の注意については、問題冊子の裏表紙に記載してありますから、この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開かないこと。

〔Ⅰ〕

以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。



- (1) 図の曲線 $C: y = -x(x-a)$ に関して、 $a > 0$ として、 C と x 軸で囲まれた

面積 S_1 を求めると、 $S_1 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} a \boxed{\text{ウ}} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ となる。

- (2) 曲線 C の点 O での接線 T は、方程式 $y = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} a \boxed{\text{ク}} x$ で表せる。 $b > 0$ と

して、接線 T と $x = b$ の交点を P 、曲線 C と $x = b$ の交点を Q とする。曲線 C および接線 T 、 $x = b$ で囲まれた図形 OPQ の面積は

$S_2 = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}} a \boxed{\text{ス}} b \boxed{\text{セ}}$ となる。

- (3) 面積 S_1 および S_2 の関係が $S_2 = \frac{S_1}{4}$ となるとき、 $b = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} a \boxed{\text{チ}}$ である。

(4) また、このとき S_2 で表された領域を x 軸の回りに回転すると、その体積は

$$V_2 = \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}} \pi a \boxed{\text{ニ}} \text{ となる。}$$

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ニ}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ -				

〔Ⅱ〕

方程式 $z^6 + 12\sqrt{3}z^3 + 216 = 0 \cdots (A)$ の複素数解を求めたい。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

(1) (A)は $(z^3 + \boxed{\text{アイ}} \sqrt{\boxed{\text{ウエ}}})^2 = \boxed{\text{オカキク}}$ となるので、

$$z^3 = \boxed{\text{ケコサ}} \sqrt{\boxed{\text{シス}}} \pm \boxed{\text{セソ}} \sqrt{\boxed{\text{タチ}}} i \text{ となる。}$$

(2) 最初に虚部が正の $z^3 = \boxed{\text{ケコサ}} \sqrt{\boxed{\text{シス}}} + \boxed{\text{セソ}} \sqrt{\boxed{\text{タチ}}} i \cdots (B)$ を解くことを考える。

A, B を実数として、複素数 $z = A + Bi$ は $z = \sqrt{A^2 + B^2} (\cos \theta + i \sin \theta)$ と表される。

$$\text{ただし、} \cos \theta = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \sin \theta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{ である。}$$

(B)の右辺をこの形式で表すと

$$\boxed{\text{ツテト}} \sqrt{\boxed{\text{ナニ}}} (\cos \boxed{\text{ヌネノ}}^\circ + i \sin \boxed{\text{ヌネノ}}^\circ)$$

となる。ただし、 $0 \leq \boxed{\text{ヌネノ}} < 360$ とする。

また、2つの複素数 z_1, z_2

$$z_1 = r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$$

$$z_2 = r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

の積は

$$z_1 \times z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

となる。この関係を用いると、(B)を満たす $z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$ を簡単に求めることができる。

$$r = \boxed{\text{ハヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フヘ}}}, \theta \text{ は小さい順に } \theta = \boxed{\text{ホマミ}}^\circ, \boxed{\text{ムメモ}}^\circ, \boxed{\text{ヤユヨ}}^\circ \text{ となる。}$$

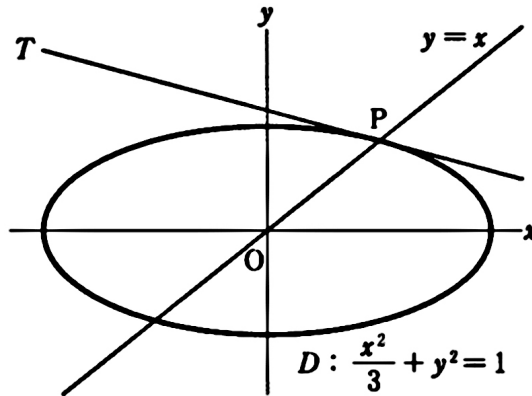
(3) (A)の解の個数は全体で 個あり、 $z = A + Bi$ としたとき、 $A \geq 0$ かつ $B \geq 0$ を満たす解は 個、 $A < 0$ かつ $B \geq 0$ を満たす解は 個、 $A < 0$ かつ $B < 0$ を満たす解は 個、 $A \geq 0$ かつ $B < 0$ を満たす解は 個ある。

~ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ -				

〔Ⅲ〕

以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。



- (1) 楕円 $D: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ と $y = x$ の交点 P の第 1 象限の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \frac{\boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}} \right) \text{である。}$$

- (2) 楕円 D の点 P における接線 T の傾きは, $\frac{dy}{dx}$ の点 P における値

$$\frac{\boxed{\text{キク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

で表され, 接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{キク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} x + \frac{\boxed{\text{サシ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \text{となる。}$$

- (3) 点 (x, y) と

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

の関係にある点 (X, Y) を考える。点 (x, y) が楕円 D 上の点であるとき, 点 (X, Y) は

$$\frac{X^2}{\boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}} + \frac{Y^2}{\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}} = 1 \dots\dots\dots(\text{C})$$

を満たす。点 (x, y) がPに一致するとき点 (X, Y) の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}, \frac{\boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}} \right) \text{である。この点をQとする。}$$

直線OQと x 軸のなす角は $\frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

(4) 方程式(C)は $\boxed{\text{フ}}$ を表すものである。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ヒ}}$ の解答群

④ 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ -	⑪ π			

$\boxed{\text{フ}}$ の解答群

① 二直線	① サイクロイド	② 円
③ 双曲線	④ 放物線	

〔Ⅳ〕

サイコロを何回かふって出た目を得点とするゲームを考える。このゲームのルールは次の通りである。

- ・サイコロをふって出た目を見た上で次にふるか否かを決められる
- ・最後に出た目を得点とする
- ・ふってもよい回数は事前に決まっている

例えば、ふる回数が2回まで、と決まっている場合、1回目で、3が出てそこで止めたら3点となる。止めずに2回目に1が出たら1点となってしまう。

このゲームでなるべく大きな得点を取る戦略を考えたい。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1) 戦略を考えるためには、どのくらいの得点が期待できるかを考えなければならない。ふる回数が1回だけと決まっている場合を考える。この場合、戦略は1回ふって、その目を得点とする、ということになる。このときの得点の期待値は

$$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$$

となる。

- (2) ふる回数が2回までの場合を考える。1回目をふった後で、2回目をふろうとする場面を考える。この2回目の期待値は(1)のときの期待値と同じで

$$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$$

となる。

そこで、2回目の期待値より大きいサイコロの目 $\boxed{\text{オ}}$ が1回目で出たときは2回目はふらないという戦略をとることにする。($\boxed{\text{オ}}$ は条件を満たすものを全て選べ。ただし条件を満たすものがない場合は①を選べ。)

この戦略の得点の期待値は

$$\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$$

となる。

- (3) 同様に、ふる回数が3回までの場合を考える。1回目で $\boxed{\text{コ}}$ が出たときにふることを止めれば、ふる回数が2回までの期待値よりは大きい得点が得られる。($\boxed{\text{コ}}$ は条件を満たすものを全て選べ。ただし条件を満たすものがない場合は①を選べ。)

期待値を(2)の場合と同様に考えれば、ふる回数が3回までの場合の期待値は

$$\frac{\boxed{\text{サシス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$$

となる。

- (4) ふれる回数が多くなるにしたがって期待値も増える。あと n 回ふれるとき、打ち切ってよい最小の目の数を関数 $f(n)$ であらわす。関数 $f(n)$ の値は $n = \boxed{\text{チツ}}$ 以上で一定となる。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{カ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{サ}} \sim \boxed{\text{ツ}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9

$\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{コ}}$ の解答群

① 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6			