〔Ⅰ〕

(1)

判別式の値を求める。

$$\begin{aligned} D &= (k+1)^2 - 4k^2 \\ &= -3k^2 + 2k + 1 \\ &= -(3k+1)(k-1) \end{aligned}$$

となる。従って，k の範囲は

$$\begin{aligned} & D > 0 \\ \Leftrightarrow\ & (3k+1)(k-1) < 0 \\ \Leftrightarrow\ & -\frac{1}{3} < k < 1 \end{aligned}$$

と求まる。

(答) $-\dfrac{1}{3} < k < 1$

(2)

$a+i$ と共役な複素数 $a-i$ も解にもつので，解と係数の関係より，

$$\begin{cases} (a+i)+(a-i) = k+1 \\ (a+i)(a-i) = k^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = k+1 \\ a^2+1 = k^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 2a-1 \\ a^2+1 = k^2 \end{cases}$$

となる。$a^2+1=k^2$ に $k=2a-1$ を代入し，

$$\begin{aligned} & a^2+1 = (2a-1)^2 \\ \Leftrightarrow\ & 3a^2 - 4a = 0 \\ \Leftrightarrow\ & a = 0, \frac{4}{3} \end{aligned}$$

となる。a の値を $k=2a-1$ に代入し，$a=0$ のとき $k=-1$，$a=\dfrac{4}{3}$ のとき $k=\dfrac{5}{3}$ となる。

(答) $a=0$ のとき $k=-1$，$a=\dfrac{4}{3}$ のとき $k=\dfrac{5}{3}$

(3)

共通解を t とすると，

$$t^2-(k+1)t+k^2=0 \quad \cdots ①$$

$$t^2-(k-1)t+k^2-k=0 \quad \cdots ②$$

の2式が成り立つ。①－②より，

$$-2t+k=0 \Leftrightarrow k=2t \quad \cdots ③$$

となる。これを①に代入して，

$$\begin{aligned} & t^2-(2t+1)t+(2t)^2=0 \\ \Leftrightarrow\ & 3t^2-t=0 \\ \Leftrightarrow\ & t=0, \frac{1}{3} \end{aligned}$$

となる。t の値を③に代入して，$t=0$ のとき $k=0$，$t=\dfrac{1}{3}$ のとき $k=\dfrac{2}{3}$ となる。

(答) $k=0$ で共通解が 0，または $k=\dfrac{2}{3}$ で共通解が $\dfrac{1}{3}$

〔Ⅱ〕

(1)

それぞれの人をA, Bとする。Aが1段上がる確率は, Aがグーを, Bがチョキを出す確率なので,

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

となる。同様に, Aが2段上がる確率, Aが3段上がる確率, Bが1段上がる確率, Bが2段上がる確率, Bが3段上がる確率, ともに$\frac{1}{9}$と求まる。

じゃんけんを2回行う時点でともに2段目以上にいるには, どちらも1回ずつ勝ち, かつその際に2段以上上がらないといけない。Aが2段以上上がる確率は, 2段もしくは3段上がる確率なので

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$$

と求まる。Aが先に勝つケースとBが先に勝つケースの2通りがあるので, 求める確率は

$$\frac{2}{9}\cdot\frac{2}{9}\cdot 2=\frac{8}{81}$$

と求まる。

(答) $\frac{8}{81}$

(2)

条件を満たすのは, 次の3つの場合である。

[1] Aがパーで, Bがグーとチョキで勝つ場合

それぞれの確率が$\frac{1}{9}$であり、Aがパーで勝つケース, Bがグーで勝つケース, Bがチョキで勝つケースの3つの並べ替え方が3!通りあるので, 求める確率は

$$\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}\cdot 3!=\frac{2}{243}$$

である。

[2] Aがグーとチョキで, Bがパーで勝つ場合

対称性より[1]同様$\frac{2}{243}$である。

[3] A, Bともにパーで1回ずつ勝ち, あとの1回はあいこの場合

あいこの確率が$\frac{1}{3}$であることから

$$\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{3}\cdot 3!=\frac{2}{81}$$

となる。

以上[1], [2], [3]より, 求める確率は,

$$\frac{2}{243}+\frac{2}{243}+\frac{2}{81}=\frac{10}{243}$$

となる。

(答) $\frac{10}{243}$

〔法学部Ⅲ〕および〔文学部Ⅲ〕

(1)

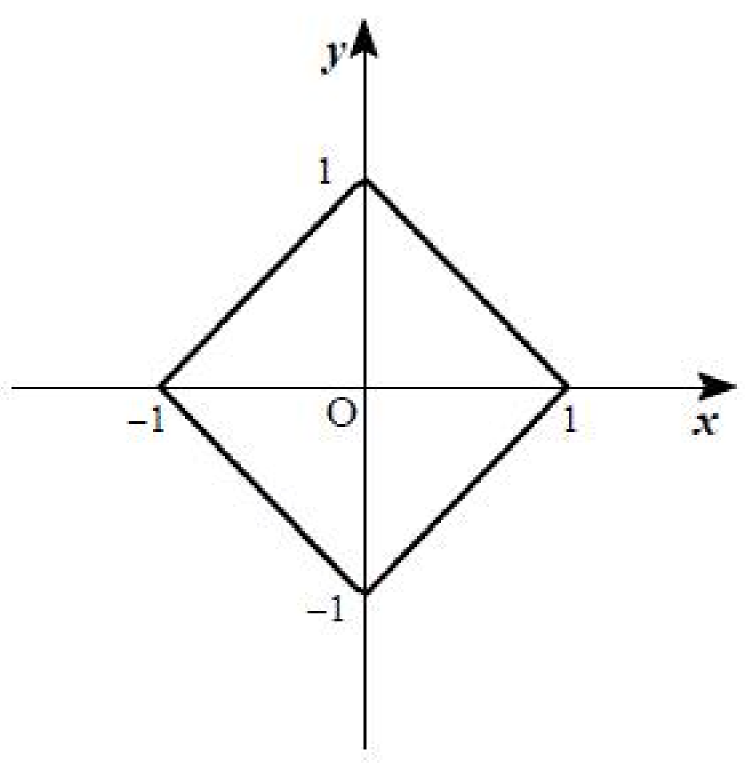
$x \geqq 0$ かつ $y \geqq 0$ のとき，$x+y-1=0$ より $y=-x+1$

$x \geqq 0$ かつ $y < 0$ のとき，$x-y-1=0$ より $y=x-1$

$x < 0$ かつ $y \geqq 0$ のとき，$-x+y-1=0$ より $y=x+1$

$x < 0$ かつ $y < 0$ のとき，$-x-y-1=0$ より $y=-x-1$

である。よって以下の通りとなる。

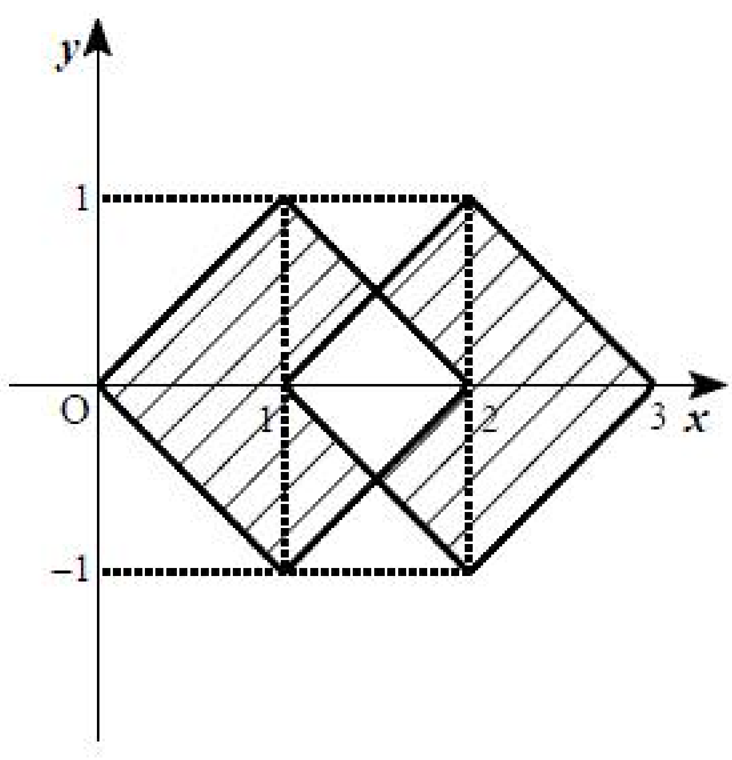


(答) 前図

(2)

与式を満たすには，$|x-1|+|y|-1$ と $|x-2|+|y|-1$ の一方が 0 以上，もう一方が 0 以下となればよい。

$|x-1|+|y|-1=0$ と $|x-2|+|y|-1=0$ は，$|x|+|y|-1=0$ をそれぞれ x 軸正方向に 1, 2 動かしたものである。$|x-1|+|y|-1=0$ の内側で $|x-1|+|y|-1$ が 0 以下，外側で 0 以上となる($|x-2|+|y|-1$ についても同様)なので，2 つの図形の一方の内側，他方の外側となる以下の領域が答えとなる(境界含む)。



(答) 前図

(3)

$|x-a|+|y|-1=0$ と $|x-2|+|y|-1=0$ は $|x|+|y|-1=0$ を x 軸正方向に a, 2 動かしたものであるため，対角線の長さが 2 の正方形であり，内部の面積はいずれも

$$2\cdot 2\cdot \frac{1}{2}=2$$

となる。$0<a<2$ のとき，2 つの図形は重なり，重複部分は対角線の長さ a の正方形となる。

(2)同様、一方のみの正方形の内部に入っている部分の面積を求める。$|x-a|+|y|-1=0$ の内部で $|x-2|+|y|-1=0$ の外部となる部分の面積は

$$\left(2-a\cdot a\cdot\frac{1}{2}\right)=2-\frac{a^2}{2}$$

で，$|x-a|+|y|-1=0$ の外部で $|x-2|+|y|-1=0$ の内部となる部分の面積も同じなので，求める面積は

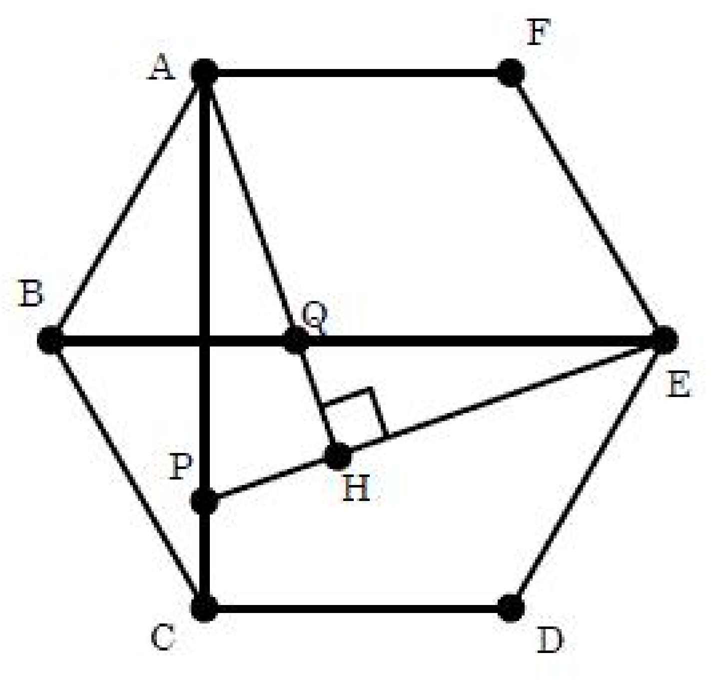
$$\left(2-\frac{a^2}{2}\right)\cdot 2=4-a^2$$

となる。

(答) $4-a^2$

〔経営学部Ⅲ〕

(1)



正六角形の性質より，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{BC}}&=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AD}}\\&=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AF}}\end{aligned}$$

なので，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{AP}}&=\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AC}}\\&=\frac{4}{5}\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right)\\&=\frac{4}{5}\left(2\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AF}}\right)\\&=\frac{8}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}\end{aligned}$$

となる。

(答) $\frac{8}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}$

(2)

点 Q は直線 BE 上にあるので，

$$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AF}}$$

とおける。また，

$$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PE}}=0$$

となる。また，$\angle\mathrm{FAB}=120°$ なので $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AF}}=-\frac{1}{2}$ である。したがって，

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PE}}=0\\&\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AF}}\right)\cdot\left(\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{AF}}+\overrightarrow{\mathrm{FE}}\right)=0\\&\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AF}}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{6}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}\right)=0\\&\Leftrightarrow-\frac{3}{5}\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2+\frac{6}{5}t\left|\overrightarrow{\mathrm{AF}}\right|^2+\left(\frac{6}{5}-\frac{3}{5}t\right)\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AF}}=0\\&\Leftrightarrow\left(-\frac{3}{5}+\frac{6}{5}t-\frac{1}{2}\left(\frac{6}{5}-\frac{3}{5}t\right)\right)\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2=0\\&\Leftrightarrow-6+12t-6+3t=0\\&\Leftrightarrow t=\frac{4}{5}\end{aligned}$$

となる。よって $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ となる。

(答) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}$

(3)

定数 k，s を用いて

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{AH}}&=k\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\\&=k\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{AH}}&=\overrightarrow{\mathrm{AP}}+s\overrightarrow{\mathrm{PE}}\\&=\frac{8}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}+s\left(-\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{6}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}\right)\\&=\left(\frac{8}{5}-\frac{3}{5}s\right)\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\left(\frac{4}{5}+\frac{6}{5}s\right)\overrightarrow{\mathrm{AF}}\end{aligned}$$

と表せる。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ は一次独立なので，2 式より

$$k=\frac{8}{5}-\frac{3}{5}s$$

$$\frac{4}{5}k=\frac{4}{5}+\frac{6}{5}s$$

が成り立つ。この連立方程式を解き，$k=\frac{10}{7}$，$s=\frac{2}{7}$ となる。

よって

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{AH}}&=\frac{10}{7}\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{AF}}\right)\\&=\frac{10}{7}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{8}{7}\overrightarrow{\mathrm{AF}}\end{aligned}$$

となる。

(答) $\frac{10}{7}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{8}{7}\overrightarrow{\mathrm{AF}}$