

デザイン工学部A方式Ⅱ日程・理工学部A方式Ⅱ日程

生命科学部A方式Ⅱ日程

2 限 数 学 (90 分)

(注意事項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としませんので注意しなさい。
4. 問題文は4ページから23ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、－ (マイナスの符号)、または0～9までの数が1つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	☒	4	5	6	7	8	9
ウ	☐	0	☒	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

[I]

1 から 10 までの整数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。ただし、カードに書かれている数字はすべて異なるとする。

- (I) この 10 枚のカードから 1 枚のカードを取り出し、書かれている数字を記録する。取り出したカードを元に戻し、再び 1 枚のカードを取り出し、書かれている数字を記録する。
- (a) 記録された 2 つの数字の和が 15 以下になるカードの取り出し方は アイ 通りある。
- (b) 記録された 2 つの数字の積が 20 以下になるカードの取り出し方は ウエ 通りある。
- (c) 記録された 2 つの数字の積が、2 つの数字の和の 3 倍に等しくなるのは、2 つの数字が オ , カ のときだけである。
ただし、オ $\leq$ カ とする。
- (d) 記録された 2 つの数字の積が、2 つの数字の和の 3 倍より大きくなるカードの取り出し方は キク 通りある。

([I] の問題は次ページに続く。)

(2) この 10 枚のカードから同時に 3 枚のカードを取り出すとする。

(a) 取り出した 3 枚のカードに書かれている数字の和が 25 以上になる確率

は、 $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

(b) 取り出した 3 枚のカードに書かれている数字の積が 3 の倍数になる確率

は、 $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

〔Ⅱ〕

三角形 OAB において、 $OA = 3$ 、 $OB = 2$ である。線分 OA 上に点 M を、OB 上に点 N を、それぞれ、 $OM = 2$ 、 $ON = 1$ となるようにとる。また、 $\angle AOB = \theta$ 、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

$$\overrightarrow{MN} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \vec{b} \text{ である。}$$

2 直線 MN と AB の交点を P とする。 $\overrightarrow{OP} = u\vec{a} + v\vec{b}$ とおくと、 $u = \boxed{\text{カ}}$ 、 $v = \boxed{\text{キク}}$ である。

以下、2 直線 OP、OB が直交するとする。

このとき、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。また、直線 OB 上に点 H を、2 直線 MH、

OB が直交するようにとれば、 $OH = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

さらに、直線 OB に関して M と線対称の位置にある点を Q とすれば、

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \vec{b} \text{ であり、} \cos \angle POQ = \frac{\boxed{\text{ツテ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}} \text{ となる。}$$

(計、算 用 紙)

〔Ⅲ〕

a を実数, x, y を自然数とする。行列

$$X = \begin{pmatrix} 2x & y \\ y & -x \end{pmatrix}$$

は, $X^2 - aX - 6E = O$ を満たすとする。ただし, E は 2 次の単位行列, O は零行列である。

このとき, $2x^2 + y^2 = \boxed{\text{ア}}$ であり, $x = \boxed{\text{イ}}$, $y = \boxed{\text{ウ}}$ である。また, $a = \boxed{\text{エ}}$ である。

θ を実数として, 座標平面上に点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ をとる。行列 X の表す移動により, 点 P が点 Q に移るとする。

Q と原点の距離を d とおくと,

$$d^2 = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}} + \boxed{\text{ク}} \sin 2\theta + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \cos 2\theta$$

である。

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, d^2 の最大値は $\boxed{\text{サ}}$ である。

また, Q の座標を (s, t) とおくと, s, t は,

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}} s^2 - \frac{st}{\boxed{\text{ソ}}} + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} t^2 = 1$$

を満たす。

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅳ〕は、生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生のみ
解答せよ。

〔Ⅳ〕

x は $0 \leq x \leq \pi$ を満たし、

$$f(x) = \left| 2 \cos x + \sqrt{2} \right| - \cos 2x$$

とする。

(1) $2 \cos x + \sqrt{2} \geq 0$ となるのは、 $0 \leq x \leq \boxed{\text{ア}}$ のときである。このとき、

$$f(x) = a \cos^2 x + b \cos x + c$$

とおくと、 $a = \boxed{\text{イ}}$ 、 $b = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $c = \boxed{\text{エ}}$ である。また、 $f(x)$ は、 $x = \boxed{\text{オ}}$
において最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{キ}}$ において最小値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{オ}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ については、次ページのA群の①～⑧から、 $\boxed{\text{イ}} \sim \boxed{\text{エ}}$ については、次ページのB群の①～⑨から、 $\boxed{\text{カ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$
については、次ページのC群の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

A 群

- ① 0 ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$
⑥ $\frac{2}{3}\pi$ ⑦ $\frac{3}{4}\pi$ ⑧ $\frac{5}{6}\pi$ ⑨ π

B 群

- ① -2 ② $-\sqrt{2}$ ③ -1 ④ $1-\sqrt{2}$
⑤ 0 ⑥ $2-\sqrt{2}$ ⑦ 1 ⑧ $\sqrt{2}$
⑨ 2 ⑩ $1+\sqrt{2}$ ⑪ $2+\sqrt{2}$

C 群

- ① -2 ② $-\sqrt{2}$ ③ $\frac{1-2\sqrt{2}}{2}$ ④ $1-\sqrt{2}$
⑤ 0 ⑥ $\frac{3-2\sqrt{2}}{2}$ ⑦ $\frac{-1+2\sqrt{2}}{2}$ ⑧ $\sqrt{2}$
⑨ $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$ ⑩ $1+\sqrt{2}$ ⑪ $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

(2) $\boxed{\text{ア}} \leq x \leq \pi$ のとき,

$$f(x) = p \cos^2 x + q \cos x + r$$

とおくと, $p = \boxed{\text{ケ}}$, $q = \boxed{\text{コ}}$, $r = \boxed{\text{サ}}$ であり, $f(x)$ は, $x = \boxed{\text{シ}}$ において最大値 $\boxed{\text{ス}}$ をとり, $x = \boxed{\text{セ}}$ において最小値 $\boxed{\text{ソ}}$ をとる。

ただし, $\boxed{\text{ケ}} \sim \boxed{\text{サ}}$ については, 11 ページの B 群の $\ominus \sim \textcircled{9}$ から, $\boxed{\text{シ}}$, $\boxed{\text{セ}}$ については, 11 ページの A 群の $\textcircled{0} \sim \textcircled{8}$ から, $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{ソ}}$ については, 11 ページの C 群の $\ominus \sim \textcircled{9}$ からそれぞれ 1 つを選ぶ。

(3) $f(x) = \frac{7}{5} - \sqrt{2}$ となる x の値を α とすると, $\cos \alpha = \boxed{\text{タ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{タ}}$ については, 以下の D 群の $\ominus \sim \textcircled{9}$ から 1 つを選ぶ。

D 群

$\ominus \quad -1$

$\textcircled{0} \quad \frac{5 - 3\sqrt{5}}{5}$

$\textcircled{1} \quad \frac{5 - \sqrt{5}}{5}$

$\textcircled{2} \quad \frac{-5 + \sqrt{5}}{5}$

$\textcircled{3} \quad \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{5}$

$\textcircled{4} \quad \frac{5 - 3\sqrt{5}}{10}$

$\textcircled{5} \quad \frac{5 - \sqrt{5}}{10}$

$\textcircled{6} \quad \frac{5 + \sqrt{5}}{10}$

$\textcircled{7} \quad \frac{-5 - \sqrt{5}}{10}$

$\textcircled{8} \quad \frac{-5 + \sqrt{5}}{10}$

$\textcircled{9} \quad \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{10}$

(計 算 用 紙)

次の問題〔V〕は、生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生のみ
解答せよ。

〔V〕

O を原点とする座標平面上の放物線 $y = 5 - x^2$ を C とする。 a を正の実数とし、 C 上に点 $P(a, 5 - a^2)$ をとる。また、 C の、 P における接線を ℓ とする。

(1) C と x 軸で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{アイ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) P を通り、 ℓ に垂直な直線を m とする。 m の方程式を $y = px + q$ とおくと、 $p = \boxed{\text{オ}}$ 、 $q = \boxed{\text{カ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{オ}}$ 、 $\boxed{\text{カ}}$ については、以下の ㊟～㊿ からそれぞれ 1 つを選べ。

㊟ $-\frac{a}{2}$

㊰ $\frac{a}{2}$

㊱ $-2a$

㊲ $2a$

㊳ $-\frac{1}{2a}$

㊴ $\frac{1}{2a}$

㊵ $a^2 + 5$

㊶ $a^2 - 5$

㊷ $5 - a^2$

㊸ $-\frac{9}{2} - a^2$

㊹ $a^2 + \frac{9}{2}$

m と x 軸の交点の x 座標の最小値は、 $\boxed{\text{キク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

((V)の問題は次ページに続く。)

(3) C の、点 $Q(0, 5)$ における接線と ℓ の交点を R 、 ℓ と x 軸の交点を S とお

く。このとき、四角形 $OQRS$ の面積 A は、 $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \left(a + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} a \right)$ であり、 A

の最小値は $\frac{\boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

次の問題〔VI〕は、デザイン工学部建築学科、理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科、生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

座標平面上において、曲線 $y = -\sqrt{4-x^2}$ を C_1 、放物線 $y = \frac{1}{2}(x^2 - 5)$ を C_2 とする。

2 曲線 C_1 、 C_2 の、第 4 象限にある共有点の座標を $(p, -q)$ とすると、 $p = \boxed{\text{ア}}$ 、 $q = \boxed{\text{イ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ については、以下の A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

A 群

- | | | | | |
|--------------|--------------|---------------|--------------|---------------|
| ① 0 | ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 |
| ⑤ $\sqrt{2}$ | ⑥ $\sqrt{3}$ | ⑦ $2\sqrt{2}$ | ⑧ $\sqrt{6}$ | ⑨ $2\sqrt{3}$ |

（〔VI〕の問題は次ページに続く。）

- (1) C_1 と 2 直線 $x = -p$, $x = p$, および x 軸で囲まれた部分の面積を S とおく。 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲において, $p = 2 \sin \theta$ を満たす θ の値を α とする。 S は, α を用いて

$$S = \int_{-\alpha}^{\alpha} \boxed{\text{ウ}} d\theta$$

と表され, $S = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \pi + \boxed{\text{カ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{ウ}}$ については, 以下の B 群の ①～⑨ から, $\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{カ}}$ については, 16 ページの A 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

B 群

- | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| ① $2 \cos \theta$ | ④ $2 \sin \theta$ | ⑦ $2 \cos^2 \theta$ | ⑩ $2 \sin^2 \theta$ |
| ② $4 \cos^2 \theta$ | ⑤ $4 \sin^2 \theta$ | ⑧ $2 \cos 2\theta$ | ⑪ $2 \sin 2\theta$ |
| ③ $4 \cos 2\theta$ | ⑥ $4 \sin 2\theta$ | | |

C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積は, $\boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}} - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \pi$ である。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

- (2) C_1 と 2 直線 $x = -p$, $x = p$, および x 軸で囲まれた図形を, x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}} \pi$ であり, C_1 と C_2 で囲まれた図形を, x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\frac{\boxed{\text{サシ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \pi$ である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅶ〕は、デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

k を自然数とし，

$$f(x) = (x \log x)^k \quad (x > 0)$$

とする。ただし，対数は自然対数とし，自然対数の底は e である。ここで， x が正の値をとりながら 0 に近づくとき， $f(x)$ の値は 0 に近づくことを用いてもよい。

(1) $k = 1$ とする。 $f(x)$ は， $x = \boxed{\text{ア}}$ で最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

ただし， $\boxed{\text{ア}}$ については，次ページの A 群の ①～⑧ から， $\boxed{\text{イ}}$ については，次ページの B 群の ①～⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

A 群

- ④ $\frac{1}{2}$ ① 1 ② 2 ③ e ④ $\frac{1}{e}$
 ⑤ e^2 ⑥ $\frac{1}{e^2}$ ⑦ $e - 1$ ⑧ $\frac{1}{e - 1}$

B 群

- ④ 0 ① $-e$ ② $-e^2$ ③ $-2e^2$ ④ $-\frac{1}{e}$
 ⑤ $-\frac{1}{e^2}$ ⑥ $-\frac{2}{e^2}$ ⑦ $-\frac{\log(e-1)}{e-1}$ ⑧ $-\frac{\log 2}{2}$

また,

$$\int_{\frac{1}{e}}^e f(x) dx = \frac{e^2}{\boxed{\text{ウ}}} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}} e^2}$$

である。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

(2) $k=2$ とする。 $f(x)$ は、 $x = \boxed{\text{カ}}$ で極大値 $\boxed{\text{キ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{ク}}$ で最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる。

ただし、 $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ については、 21 ページの A 群の ①～⑧ から、 $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ については、 以下の C 群の ①～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。

C 群

- | | | | | |
|-------------------|---------|----------|-------------------|-------------------|
| ① 0 | ① 1 | ② e^2 | ③ $4e^2$ | ④ $\frac{1}{e^2}$ |
| ⑤ $\frac{4}{e^2}$ | ⑥ e^4 | ⑦ $4e^4$ | ⑧ $\frac{1}{e^4}$ | ⑨ $\frac{4}{e^4}$ |

また、 $x \geq \frac{1}{e}$ のとき、 曲線 $y = f(x)$ の変曲点の x 座標を a とすると、

$$\log a = \frac{\boxed{\text{コサ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ である。}$$

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

(3) $f(x)$ の最小値を a_k とする。 k が奇数のとき, $\frac{a_{k+1}}{a_k} = \boxed{\text{セ}}$,

$\frac{a_{k+2}}{a_k} = \boxed{\text{ソ}}$ である。また, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}} - e^2}$ である。

ただし, $\boxed{\text{セ}} \sim \boxed{\text{チ}}$ については, 以下のD群の①～⑨からそれぞれ1つ
を選べ。

D 群

⊖ -1

⑩ 0

① 1

② $-e$

③ e

④ $-e^2$

⑤ e^2

⑥ $-\frac{1}{e}$

⑦ $\frac{1}{e}$

⑧ $-\frac{1}{e^2}$

⑨ $\frac{1}{e^2}$

(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	1	2	3	4	5	枠外にはみ出してマークしてはいけません。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	枠全体をマークしなさい。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	○でかこんでマークしてはいけません。
ア	⊖	0	1	2	3	4	5	×を書いてマークしてはいけません。