

## 情報科学部 A 方式

## 2 限 数 学 (90 分)

## 〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は 2 ページから 8 ページまでです。
4. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

## 解答上の注意

1. 問題文中のア, イ, ウ, … のそれぞれに当てはまるものを問題ごとの解答群から 1 つずつ選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。なお、以下に示す例の通りマークしなさい。例の通りになっていない場合は適切な採点ができない場合があるので注意すること。また、分数の形で解答が求められているときには、既約分数で解答しなさい。

| 例  | 解答欄                                                                                             | 解答                      | 記入のしかた                                                                                                                                                                                |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | $\frac{\boxed{\text{アイウ}} \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カクケ}}}$                        | $-\frac{\sqrt{18}}{22}$ | $\frac{\boxed{-03} \sqrt{\boxed{02}}}{\boxed{0022}}$ <p>整数の解答(分数の分母と分子を含む)の際は、右詰で、余った上位の桁には 0 の選択肢を選びなさい。<br/>負の符号が必要な場合は分子の先頭になるように選択肢を選びなさい。<br/>根号の中はできるだけ小さい数になるように選択肢を選びなさい。</p> |
| 2. | $\frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}x + \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$ | $-\frac{a}{b}x$         | $\frac{\boxed{-1a}}{\boxed{01b}}x + \frac{\boxed{000}}{\boxed{001}}$ <p>解答欄に数字と文字を両方含む場合は、数字が先になるように選択肢を選びなさい。</p>                                                                    |

2. マークシート記入上の注意については、問題冊子の裏表紙に記載してありますから、この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

[ I ]

以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1)  $\sqrt[3]{4}$ ,  $\sqrt[7]{8}$ ,  $\sqrt[9]{16}$ ,  $\sqrt[11]{32}$  の大小を不等号を用いて表すと

$$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}} < \boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}}$$

である。

- (2) 関数  $f(x) = (1+x)^n$  ( $n$  は自然数) を  $x$  で微分すると

$$f'(x) = \boxed{\text{オ}} (1+x)^{\boxed{\text{カ}}}$$

である。一方、二項定理より

$$(1+x)^n = \sum_{r=0}^n \frac{n!}{(n-r)!r!} x^r$$

である。これより、次の式が成り立つ。

$$\sum_{r=0}^n \frac{r \times n!}{(n-r)!r!} = \boxed{\text{キ}} \times 2^{\boxed{\text{ク}}}$$

- (3) 行列  $A$  を

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

で与えると

$$A^{10} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ケコサシス}} & \boxed{\text{セソタチツ}} \\ \boxed{\text{テトナニヌ}} & \boxed{\text{ネノハヒフ}} \end{pmatrix}$$

である。

(4) 実数  $x$  に対して、 $k \leq x < k+1$  を満たす整数  $k$  を  $[x]$  と表すことにする。

このとき、次の方程式

$$2[x] = 4x - 5$$

は2つの解  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) を持つ。それらは

$$x_1 = \frac{\boxed{\text{ヘホマ}}}{\boxed{\text{ミム}}}, x_2 = \frac{\boxed{\text{メモヤ}}}{\boxed{\text{ユヨ}}}$$

である。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$  の解答群

- ①  $\sqrt[3]{4}$       ②  $\sqrt[3]{8}$       ③  $\sqrt[3]{16}$       ④  $\sqrt[4]{32}$

$\boxed{\text{オ}} \sim \boxed{\text{ク}}$  の解答群

- ①  $n-1$       ②  $n$       ③  $n+1$       ④  $r-1$       ⑤  $r$   
⑥  $r+1$

$\boxed{\text{ケ}} \sim \boxed{\text{コ}}$  の解答群

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4  
⑥ 5      ⑦ 6      ⑧ 7      ⑨ 8      ⑩ 9  
⑪ —

[II]

$a$  を実数として、行列  $A$  を  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  で与え、数列  $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$  を

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

によって定める。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1)  $y_{n+1}$ ,  $x_{n+1}$ ,  $x_n$ ,  $y_n$  の間の関係は

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= \boxed{\text{アイウ}} x_n + \boxed{\text{エオカ}} y_n \\ y_n &= \boxed{\text{キクケ}} x_{n+1} + \boxed{\text{コサシ}} x_n \end{aligned}$$

である。

- (2)  $x_{n+2} = p x_{n+1} + q x_n$  と表したとき、係数  $p$ ,  $q$  は

$$\begin{aligned} p &= \boxed{\text{スセ}} a^2 + \boxed{\text{ソタ}} a + \boxed{\text{チツ}} \\ q &= \boxed{\text{テト}} a^2 + \boxed{\text{ナニ}} a + \boxed{\text{ヌネ}} \end{aligned}$$

で与えられる。

- (3) 係数  $p$ ,  $q$  を用いた 2 次方程式  $x^2 - px - q = 0$  の解を  $r$ ,  $s$  ( $r > s$ ) として、

$u_n = x_{n+1} - r x_n$ ,  $v_n = x_{n+1} - s x_n$  とおく。このとき、次の関係

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \boxed{\text{ノ}} u_n + \boxed{\text{ハヒ}} \\ v_{n+1} &= \boxed{\text{フ}} v_n + \boxed{\text{ヘホ}} \end{aligned}$$

が成り立つ。

(4) 数列  $\{x_n\}$  の一般項を求めると

$$x_n = \boxed{\text{マ}}^{\boxed{\text{ミ}}}$$

となる。この数列が収束するような実数  $a$  の範囲を求めると

$$\frac{\boxed{\text{ムメモ}}}{\boxed{\text{ヤユ}}} < a \leq \frac{\boxed{\text{ヨラリ}}}{\boxed{\text{ルレ}}}$$

である。

$\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{シ}}$  ,  $\boxed{\text{ノ}} \sim \boxed{\text{レ}}$  の解答群

- |       |           |       |           |         |
|-------|-----------|-------|-----------|---------|
| ① 0   | ① 1       | ② 2   | ③ 3       | ④ 4     |
| ⑤ 5   | ⑥ 6       | ⑦ 7   | ⑧ 8       | ⑨ 9     |
| ⑩ -   | ⑪ $(a-1)$ | ⑫ $a$ | ⑬ $(a+1)$ | ⑭ $n-1$ |
| ⑮ $n$ | ⑯ $n+1$   |       |           |         |

$\boxed{\text{ス}} \sim \boxed{\text{ネ}}$  の解答群

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 0 | ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 |
| ⑤ 5 | ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 |
| ⑩ - |     |     |     |     |

〔Ⅲ〕

さいころを振って、偶数の目が出たら0と書かれたカードを、奇数の目が出たら1と書かれたカードを手渡される。A, B, C, D, E, Fの6人が順番にそれぞれ3回さいころを振って、各人は手渡された順に3枚のカードを横一列に並べるものとする。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

(1) 3枚のカードの異なる並びの総数は アイ である。

(2) 1番目に手渡されたカードの数字を $X_1$ 、2番目に手渡されたカードの数字を $X_2$ 、3番目に手渡されたカードの数字を $X_3$ と表す。ここで、カードの並び $X_1X_2X_3$ に対して次の計算

$$X_1X_2X_3 \longrightarrow Y = \sum_{i=1}^3 (X_i \times 2^{i-1})$$

を用いて数字 $Y$ を対応させる。たとえば

$$000 \longrightarrow 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 = \text{ウ}$$

$$010 \longrightarrow 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 = \text{エ}$$

$$\text{オカキ} \longrightarrow \text{オ} \times 2^0 + \text{カ} \times 2^1 + \text{キ} \times 2^2 = 7$$

である。

(3) A, B, C, D, E, Fの各人のカードの並びに対応する数字を順に $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6$ と表す。このとき、 $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6$ がすべて異なる場合の数は クケコサシ である。また、 $1 \leq i < j \leq 6$ を満たすすべての $i, j$ に対して $Y_i < Y_j$ となる場合の数は スセソタチ である。

ア ~ チ の解答群

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 0 | ③ 1 | ⑤ 2 | ⑦ 3 | ⑨ 4 |
| ② 5 | ④ 6 | ⑥ 7 | ⑧ 8 | ⑩ 9 |

[IV]

空間内に3点A(2, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 0, 1)をとる。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1) 2点A, Cを直径の両端とする球面を $\alpha$ とする。球面 $\alpha$ の方程式は

$$\left(x - \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}\right)^2 + \left(y - \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}\right)^2 + \left(z - \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}\right)^2 = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$$

である。

- (2) 球面 $\alpha$ が $xy$ 平面と交わる部分は円であり、この円を $\beta$ とする。円 $\beta$ の半径は

$$\frac{\boxed{\text{チツ}} \sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$$

である。

- (3) 点Bを通る円 $\beta$ の接線は2本ある。その接点の一方は原点Oであり、もう一方の接点の座標は

$$\left( \frac{\boxed{\text{ヌネ}} \sqrt{\boxed{\text{ノハ}}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}, \frac{\boxed{\text{ヘホ}} \sqrt{\boxed{\text{マミ}}}}{\boxed{\text{ムメ}}}, 0 \right)$$

である。

(4) 点 Q が円  $\beta$  の上を動くとする。点 Q と点 B との距離が最も大きくなる時の

点 Q の座標は

$$\left( \frac{\boxed{\text{モヤ}} + \boxed{\text{ユヨ}} \sqrt{\boxed{\text{ラリ}}}}{\boxed{\text{ルレ}}}, \frac{\boxed{\text{ロワ}} + \boxed{\text{ヲパ}} \sqrt{\boxed{\text{ピプ}}}}{\boxed{\text{ペポ}}}, 0 \right)$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$  ～  $\boxed{\text{ボ}}$  の解答群

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 0 | ② 1 | ③ 2 | ④ 3 | ⑤ 4 |
| ⑥ 5 | ⑦ 6 | ⑧ 7 | ⑨ 8 | ⑩ 9 |
| ⑪ - |     |     |     |     |



(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

## 記入上の注意

マークシート解答は、鉛筆でマークしたものを機械が直接読みとって採点する。したがって解答はHBの黒鉛筆でマークすること(万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを使用しないこと)。

### ① 記入例 アの解答を3にマークする場合。

正しいマークの例

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | ① | ② | ● | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

悪いマークの例

|   |   |   |   |   |   |                   |
|---|---|---|---|---|---|-------------------|
| ア | ① | ② | ● | ④ | ⑤ | 枠外にはみ出してマークしないこと。 |
| ア | ① | ② | ● | ④ | ⑤ | 枠全体をマークするようにしなさい。 |
| ア | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ○でかこんでマークしないこと。   |
| ア | ① | ② | ✕ | ④ | ⑤ | ✕を書いてマークしないこと。    |

### ② 解答を訂正する場合は、消しゴムでよく消してから、あらためてマークすること。

### ③ 解答用紙をよごしたり、折りまげたりしないこと。

### ④ 問題に指定された数よりも多くマークしないこと。