

デザイン工学部A方式I日程・理工学部A方式I日程

生命科学部A方式I日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としませんので注意しなさい。
4. 問題文は4ページから18ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題文中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには, 特に指示がないかぎり, - (マイナスの符号), または 0 ~ 9 までの数が1つずつ入ります。当てはまるものを選び, マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし, 分数の形で解答が求められているときには, 符号は分子に付け, 分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また, 根号を含む形で解答が求められているときには, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには, 以下のようにマークしなさい。

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	○	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ウ	○	0	●	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	○	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし, 問題冊子を開いてはいけません。

[I]

θ を, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数として, 関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = 2 \sin^2 \theta - 4 \cos^2 \theta + 6\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta$$

とする。

(1) $\sin(2\theta) = \boxed{\text{ア}}$ $\sin \theta \cos \theta$, $\cos(2\theta) = \boxed{\text{イ}}$ $\cos^2 \theta - \boxed{\text{ウ}}$ が成り立つ。

したがって,

$$f(\theta) = \boxed{\text{エオ}} + \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \sin(2\theta) - \boxed{\text{ク}} \cos(2\theta)$$

となる。

(2) α を, $0 \leq \alpha \leq \pi$ を満たす実数として, 関数 $f(\theta)$ は

$$f(\theta) = \boxed{\text{エオ}} + \boxed{\text{ケ}} \sin(2\theta - \alpha)$$

と表される。ここで, $\alpha = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi$ である。

(3) θ は, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たすから, $f(\theta)$ の最大値は $\boxed{\text{シ}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{スセ}}$ であり, $f(\theta) = 4$ を満たす θ は $\boxed{\text{ソ}}$ 。

ただし, $\boxed{\text{ソ}}$ については, 以下の①～④から1つを選べ。

- ① 存在しない ① ちょうど1個ある ② ちょうど2個ある
③ ちょうど3個ある ④ ちょうど4個ある

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

$$U = \{x \mid 1 \leq x \leq 121, x \text{ は自然数}\}$$

を全体集合とし、 U の部分集合 A, B, C を以下により定める。

$$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 121, x \text{ は } 2 \text{ で割ると } 1 \text{ 余る自然数}\}$$

$$B = \{x \mid 1 \leq x \leq 121, x \text{ は } 3 \text{ で割ると } 1 \text{ 余る自然数}\}$$

$$C = \{x \mid 1 \leq x \leq 121, x \text{ は } 5 \text{ で割ると } 1 \text{ 余る自然数}\}$$

A, B, C の補集合をそれぞれ $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ で表す。ただし、有限集合 X の要素の個数を $n(X)$ で表す。

- (1) A ア U である。また、 3 イ A , $n(A)$ ウ $n(U)$ である。

ただし、ア ~ ウ については、以下の①~⑤からそれぞれ1つを選べ。

ここで、同じものを何回選んでもよい。

① = ② < ③ > ④ ∈ ⑤ ⊂ ⑥ ⊃

- (2) A の要素は、 k を、 $0 \leq k \leq$ エオ を満たす整数として、カ $k +$ キ と表すことができる。

したがって、 $n(A) =$ クケ であり、 $n(\bar{A}) =$ コサ である。

- (3) 集合 $B \cap C$ の要素は、 ℓ を、 $0 \leq \ell \leq$ シ を満たす整数として、スセ $\ell +$ ソ と表すことができる。

したがって、 $n(B \cap C) =$ タ である。

また、 $n(B \cup C) =$ チツ, $n(\bar{B} \cup \bar{C}) =$ テトナ である。

- (4) $n(A \cap B \cap C) =$ ニ である。

(計 算 用 紙)

〔Ⅲ〕

座標平面上に3点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(2, 3)$ がある。

点 A を通り、直線 BC に垂直な直線を ℓ とする。 ℓ の方程式を $y = m(x + b)$

とおくと、 $m = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$, $b = \boxed{\text{エ}}$ である。

直線 BC と ℓ の交点を D とおく。 D の座標は、 $D\left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)$ である。

$\angle ACB = \alpha$ とおくと、 $\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$, $\tan \alpha = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。線分

BC 上の点 E を、 $\angle EAB = \alpha$ となるようにとる。 E の座標は、

$E\left(\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}, \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)$ である。

三角形 ADE の面積は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅳ〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

座標平面上の放物線 $y = 1 - x^2$ を C_1 とおく。また、 a, b, c を実数とし、放物線 $y = ax^2 + bx + c$ を C_2 とおく。ただし、 $a > 0$ とする。 t を、 $t > 1$ を満たす実数とし、 C_2 は $x = t$ において x 軸に接するとする。

- (1) $a = 2, t = 2$ とする。このとき、 $b = \boxed{\text{アイ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ウ}}$ である。
 (2) C_1 と C_2 がただ 1 点のみを共有するとする。 a は、 t を用いて表すと

$$a = \frac{\boxed{\text{エ}}}{t^{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}}$$

となる。また、 $a + 1$ 、および $at^2 - 1$ は、 t を用いて表すと、

$$a + 1 = \frac{t^{\boxed{\text{キ}}}}{t^{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}}, \quad at^2 - 1 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{t^{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}}$$

である。 C_1 と C_2 の共有点を $P(u, v)$ とおくと、 $v = \boxed{\text{ケ}} - \frac{1}{t^{\boxed{\text{コ}}}}$ となる。

さらに、 $a = \frac{1}{8}$ とする。 C_1 と C_2 のただ 1 つの共有点 P における C_1 の接線

ℓ の方程式は、 $y = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}x + \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。また、 C_1, ℓ 、および

y 軸で囲まれる部分の面積は $\frac{1}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔V〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

n を正の整数とする。座標平面上で、直線 $y = n^3$ と放物線 $y = nx^2$ で囲まれた部分 (境界を含む) を D とする。 D に含まれる格子点の個数を a_n とおく。ここで、格子点とは、 x 座標と y 座標がともに整数である点のことである。

(1) $n = 2$ とする。 D の面積は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$ である。 D に含まれ、かつ、 y 軸上に

ある格子点の個数は エ である。次に、 D に含まれ、かつ、直線 $x = 1$ 上にある格子点の個数は オ である。さらに、 D に含まれ、かつ、直線 $x = 2$ 上にある格子点の個数は カ である。したがって、 $a_2 = \text{キク}$ である。ここで、次ページの図を利用してもよい。

(2) D に含まれ、かつ、 y 軸上にある格子点の個数を b とおくと、
 $b = n^{\text{ケ}} + \text{コ}$ である。次に、 k を、 $1 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 D に含まれ、かつ、直線 $x = k$ 上にある格子点の個数を c_k とおくと、
 $c_k = n^{\text{サ}} - nk^{\text{シ}} + \text{ス}$ である。したがって、

$$\begin{aligned} a_n &= b + \text{セ} \sum_{k=1}^n c_k \\ &= n^{\text{ケ}} + \text{コ} + \text{セ} n \left(n^{\text{サ}} + \text{ス} \right) - \text{セ} n \sum_{k=1}^n k^{\text{シ}} \end{aligned}$$

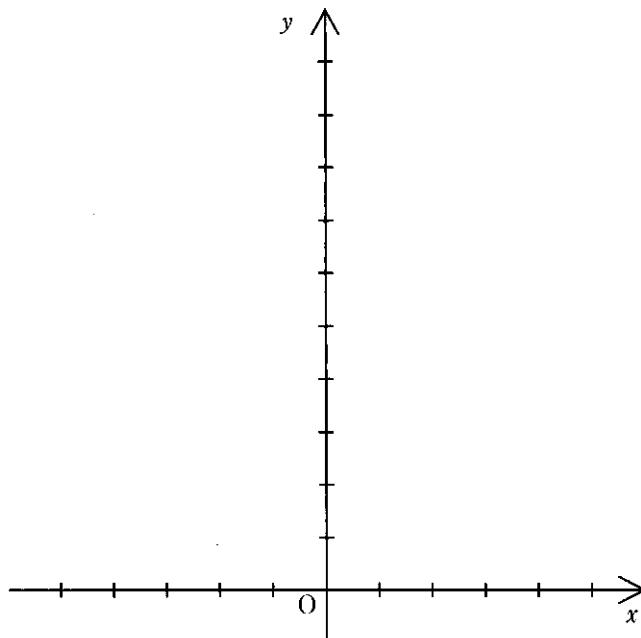
であるから、

$$a_n = \frac{1}{3} \left(n + \text{ソ} \right) \left(\text{タ} n + 1 \right) \left(\text{チ} n^2 - \text{ツ} n + \text{テ} \right)$$

となる。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

(3) 直線 $y = n^3$ と放物線 $y = nx^2$ で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} n^{\boxed{\text{三}}}$ である。



次の問題〔VI〕は、デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科
機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

e を自然対数の底とし，対数は自然対数とする。 $f(x)$ を

$$f(x) = -x^2 \log x \quad (x > 0)$$

とする。

(1) $f(e^{-1}) = e^{\boxed{\text{アイ}}}$ ， $f(f(e^{-1})) = \boxed{\text{ウ}} e^{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

(2) $f'(a) = 0$ となる a の値は $a = e^{\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}}$ であり， $f(a)$ は $\boxed{\text{ケ}}$ 。

ただし， $\boxed{\text{ケ}}$ については，以下の ①～③ から 1 つを選べ。

- ① 極大値であり，最大値でもある
- ① 極大値であるが，最大値ではない
- ② 極小値であり，最小値でもある
- ③ 極小値であるが，最小値ではない

座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。 t を， $t > 0$ を満たす実数とする。

C 上の点 $(t, f(t))$ における C の接線が原点を通るのは， $t = e^{\boxed{\text{コサ}}}$ のときで

ある。また， C の変曲点の x 座標は $e^{\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}}$ である。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(3) (2)で求めた a の値に対して、定積分 $\int_a^1 f(x) dx$ の値は

$$\frac{1}{18} \left(\boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} e^{\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}} \right) \text{である。}$$

次の問題〔Ⅶ〕は、デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科
機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = (2 - x) \sin(\pi x)$$

とおく。

- (1) $f'(x) = - \boxed{\text{ア}} + \pi \boxed{\text{イ}}$ である。また、 $f''(x) = -2\pi \boxed{\text{ウ}} - \pi^2 \boxed{\text{エ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$ については、以下のA群の①～⑦からそれぞれ1つ
を選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A 群

① $\sin(\pi x)$

① $\cos(\pi x)$

② $x \sin(\pi x)$

③ $x \cos(\pi x)$

④ $(2 - x) \sin(\pi x)$

⑤ $(2 - x) \cos(\pi x)$

⑥ $(x - 2) \sin(\pi x)$

⑦ $(x - 2) \cos(\pi x)$

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$0 < x < 1$ の範囲で、 $f(x)$ の極値について調べよう。

$0 < x < \frac{1}{2}$ の範囲で、 $f'(x)$ の符号の変化を、

$$f''(x) = -2\pi \boxed{\text{ウ}} - \pi^2 \boxed{\text{エ}}$$

を用いて調べる。 $\boxed{\text{ウ}}$ の符号は $\boxed{\text{オ}}$ 。 $\boxed{\text{エ}}$ の符号は $\boxed{\text{カ}}$ 。したがって、 $f''(x)$ の符号は $\boxed{\text{キ}}$ 。

ただし、 $\boxed{\text{オ}} \sim \boxed{\text{キ}}$ については、以下の B 群の ①～② からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

B 群

- ① 常に正である ① 常に負である ② 一定でない

したがって、 $f'(x)$ は $0 < x < \frac{1}{2}$ の範囲で $\boxed{\text{ク}}$ 。

ただし、 $\boxed{\text{ク}}$ については、以下の C 群の ①～③ から 1 つを選べ。

C 群

- ① 増加する ① 減少する
② 増加したのち、減少する ③ 減少したのち、増加する

ここで、 $f'(0) = \boxed{\text{ケ}}\pi$ 、 $f'\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{\text{コサ}}$ であることを考慮すると、 $0 < x < \frac{1}{2}$ の範囲で、 $f(x)$ は極大値をちょうど 1 回とる。

次に、 $\frac{1}{2} < x < 1$ の範囲で、 $f'(x) = -\boxed{\text{ア}} + \pi \boxed{\text{イ}}$ の符号を調べる。この範囲の $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ の符号から、 $f'(x)$ の符号は $\boxed{\text{シ}}$ 。したがって、 $f(x)$ は $\boxed{\text{ス}}$ 。

ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ については、上の B 群の ①～② から、 $\boxed{\text{ス}}$ については、上の C 群の ①～③ からそれぞれ 1 つを選べ。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

一方、 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{\text{コサ}}$ であるから、 $f(x)$ は $x = \frac{1}{2}$ では極値をとらない。

以上をまとめると、 $0 < x < 1$ の範囲で $f(x)$ が極値をとるような x の値は $\boxed{\text{セ}}$ 。

ただし、 $\boxed{\text{セ}}$ については、以下の D 群の ①～③ から 1 つを選べ。

D 群

- | | |
|--------------|--------------|
| ① 存在しない | ① ちょうど 1 つある |
| ② ちょうど 2 つある | ③ ちょうど 3 つある |

(2) 部分積分を用いると、

$$\int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{\pi} \left[\boxed{\text{ソ}} \right]_0^1 - \frac{1}{\pi} \int_0^1 \boxed{\text{タ}} dx = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\pi}$$

となる。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}$ 、 $\boxed{\text{タ}}$ については、16 ページの A 群の ①～⑦ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	1	2		4	5	枠外にはみ出してマークしてはいけません。			
ア	⊖	0	1	2	●	4	5	枠全体をマークしなさい。			
ア	⊖	0	1	2	③	4	5	○でかこんでマークしてはいけません。			
ア	⊖	0	1	2	✕	4	5	✕を書いてマークしてはいけません。			