

【I】

(1)

x の値の範囲で場合分けを行う。

[1] $|x| < \sqrt{2}$ のとき

$f(x) = -x^2 - x + 2$ となるので

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(x+2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \left(\because |x| < \sqrt{2} \right)$$

となる。

[2] $|x| \geq \sqrt{2}$ のとき

$f(x) = x^2 - x - 2$ となるので

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 2 \left(\because |x| \geq \sqrt{2} \right)$$

となる。

以上[1], [2]より, 方程式 $f(x) = 0$ の実数解は

$$x = 1, 2$$

となる。

(答) $x = 1, 2$

(2)

$-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ のとき $f(x) = -x^2 - x + 2$ なので

$$g(x) = |f(x)|$$

$$= |-x^2 - x + 2|$$

$$= |-(x+2)(x-1)|$$

となる。ここで, x の値の範囲で場合分けを行う。

[1] $-\sqrt{2} \leq x < 1$ のとき

$g(x) = -x^2 - x + 2$ となるので

$$g(x) = 1$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - x + 2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \left(\because 2 < \sqrt{5} < 3 \text{ より, } -\sqrt{2} \leq x < 1 \text{ を満たす} \right)$$

となる。

[2] $1 \leq x \leq \sqrt{2}$ のとき

$g(x) = x^2 + x - 2$ となるので

$$g(x) = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \left(\because 3 < \sqrt{13} < 3.8 \text{ より, } 1 \leq x \leq \sqrt{2} \text{ を満たす} \right)$$

となる。

以上[1], [2]より, 方程式 $g(x) = 1$ の実数解は

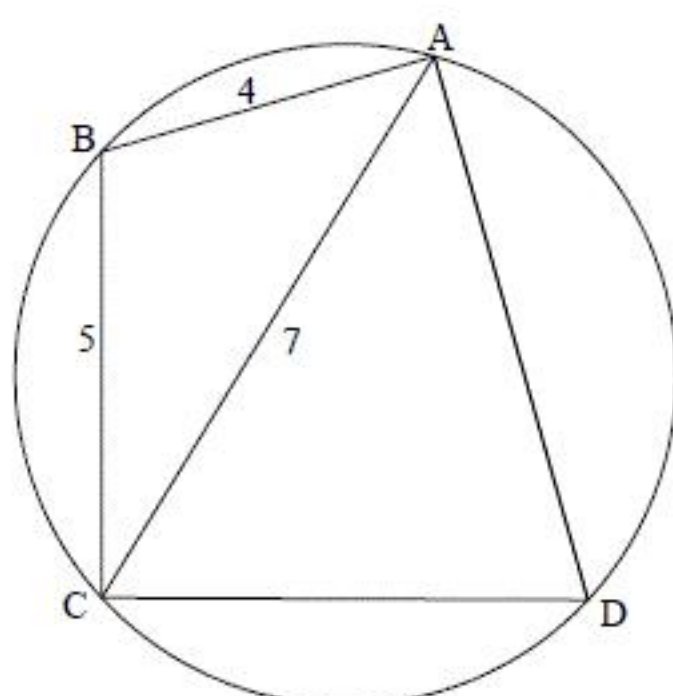
$$x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$$

となる。

(答) $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

〔Ⅱ〕

(1)



三角形 ABC について余弦定理を用いることで

$$\begin{aligned}\cos \angle ABC &= \frac{4^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} \\ &= -\frac{1}{5}\end{aligned}$$

となる。 $0^\circ < \angle ABC < 180^\circ$ より

$$\begin{aligned}\sin \angle ABC &= \sqrt{1 - \cos^2 \angle ABC} \\ &= \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{5}\right)^2} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{5}\end{aligned}$$

となる。よって、三角形 ABC について正弦定理を用いることで、 R の値は

$$\begin{aligned}\frac{AC}{\sin \angle ABC} &= 2R \\ \Leftrightarrow \frac{7}{\frac{2\sqrt{6}}{5}} &= 2R \\ \therefore R &= \frac{35\sqrt{6}}{24}\end{aligned}$$

と求まる。

$$(\text{答}) \quad R = \frac{35\sqrt{6}}{24}$$

(2)

まず、 $\angle ADC$ について

$$\begin{aligned}\cos \angle ADC &= \cos(180^\circ - \angle ABC) \\ &= -\cos \angle ABC \\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

であり、 $0^\circ < \angle ADC < 180^\circ$ より

$$\begin{aligned}\sin \angle ADC &= \sin(180^\circ - \angle ABC) \\ &= \sin \angle ABC \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{5}\end{aligned}$$

である。ここで、 $CD = DA = x$ (> 0) とおくと、三角形 ACD について余弦定理を用いることで

$$\begin{aligned}7^2 &= x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cos \angle ADC \\ \Leftrightarrow x^2 &= \frac{245}{8}\end{aligned}$$

となる。したがって、三角形 ACD の面積は

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \sin \angle ADC &= \frac{1}{2} \cdot \frac{245}{8} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} \\ &= \frac{49\sqrt{6}}{8}\end{aligned}$$

と求まる。

$$(\text{答}) \quad \frac{49\sqrt{6}}{8}$$

〔文学部Ⅲ〕

(1)

担任の決まり方は全部で12!通りあり、くじ引きで決めることから、これらは同様に確からしく起こる。Aが1年生の担任となり、Bが2年生の担任となるのは、1年生が5組あり、2年生が4組あり、他の10人の決め方は自由なので

$$5 \times 4 \times 10! \text{ [通り]}$$

ある。よって、求める確率は

$$\frac{5 \times 4 \times 10!}{12!} = \frac{5}{33}$$

となる。

(答) $\frac{5}{33}$

(2)

A, Bがともに1年生の担任となるのは、(1)と同様に考えて

$$5 \times 4 \times 10! \text{ [通り]}$$

ある。同様にして、A, Bがともに2年生、3年生の担任となるのはそれぞれ

$$4 \times 3 \times 10! \text{ [通り]}$$

$$3 \times 2 \times 10! \text{ [通り]}$$

ある。よって、求める確率は

$$\frac{(5 \times 4 + 4 \times 3 + 3 \times 2) \times 10!}{12!} = \frac{19}{66}$$

となる。

(答) $\frac{19}{66}$

(3)

新任教員を○、そうでない教員を×と表す。また、各学年において、クラスを区別しないで考える。さらに、1年生の担任となる新任教員の人数を a 、2年生の担任となる新任教員の人数を b 、3年生の担任となる新任教員の人数を c とする。いずれの学年においても、新任教員と

そうでない教員がそれぞれ少なくとも1人は担任となるような (a, b, c) の組み合わせは

$$(a, b, c) = (4, 1, 1), (3, 2, 1), (3, 1, 2), (2, 3, 1), (2, 2, 2), (1, 3, 2)$$

となる。各学年のクラスを区別すると、○, ×の各学年への割り振り方は

$$\begin{aligned} & {}_5C_4 \cdot {}_4C_1 \cdot {}_3C_1 + {}_5C_3 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_3C_1 + {}_5C_3 \cdot {}_4C_1 \cdot {}_3C_2 + {}_5C_2 \cdot {}_4C_3 \cdot {}_3C_1 + {}_5C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_3C_2 \\ & + {}_5C_1 \cdot {}_4C_3 \cdot {}_3C_2 \\ & = 5 \cdot 4 \cdot 3 + 10 \cdot 6 \cdot 3 + 10 \cdot 4 \cdot 3 + 10 \cdot 4 \cdot 3 + 10 \cdot 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \\ & = 720 \text{ [通り]} \end{aligned}$$

ある。6つの○と6つの×をそれぞれ区別すると、担任の決め方は

$$720 \times 6! \times 6! \text{ [通り]}$$

ある。よって、求める確率は

$$\frac{720 \times 6! \times 6!}{12!} = \frac{60}{77}$$

となる。

(答) $\frac{60}{77}$

〔経営学部Ⅲ〕 および 〔人間環境学部Ⅲ〕

(1)

$a = -3, b = -2$ のとき、関数 $f(x)$ は

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 3x^2 - 2 \\ &= (x+1)(x^2 + 2x - 2) \\ &= (x+1)\{x - (-1 - \sqrt{3})\}\{x - (-1 + \sqrt{3})\} \end{aligned}$$

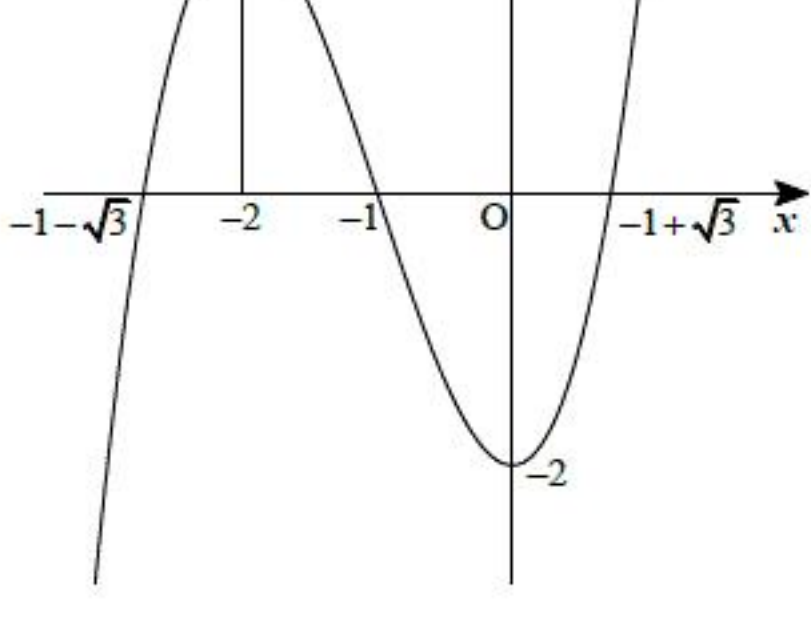
と変形できる。また、導関数 $f'(x)$ を計算すると

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 6x \\ &= 3x(x+2) \end{aligned}$$

となるから、 $f(x)$ の増減表は以下のようになる。

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$

よって、 $y = f(x)$ のグラフは以下の図のようになる。



(答) 前図

(2)

$a = 0$ のとき、関数 $f(x)$ とその導関数 $f'(x)$ は

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + b \\ f'(x) &= 3x^2 \end{aligned}$$

となるから、点 $(t, f(t))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式は

$$\begin{aligned} y - (t^3 + b) &= 3t^2(x - t) \\ \Leftrightarrow y &= 3t^2x - 2t^3 + b \end{aligned}$$

となる。これが直線 $y = x + 1$ と一致するのは、係数を比較することで

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3t^2 = 1 \\ -2t^3 + b = 1 \end{cases} \\ \therefore (t, b) &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 1 + \frac{2\sqrt{3}}{9} \right), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 1 - \frac{2\sqrt{3}}{9} \right) \end{aligned}$$

を満たすときであることがわかる。よって、求める b の値は

$$b = 1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

となる。

(答) $1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{9}$

(3)

関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 - 2ax \\ &= x(3x - 2a) \end{aligned}$$

であり、 $x = 0, \frac{2}{3}a$ で $f'(x) = 0$ となる。以下 a の値によって場合分けして考える。

[1] $\frac{2}{3}a = 0$, すなわち $a = 0$ のとき

常に $f'(x) \geq 0$ となるので、 $f(x)$ は単調増加関数である。よって、 $f(x) = 0$ が異なる3つの実数解をもつことはない。

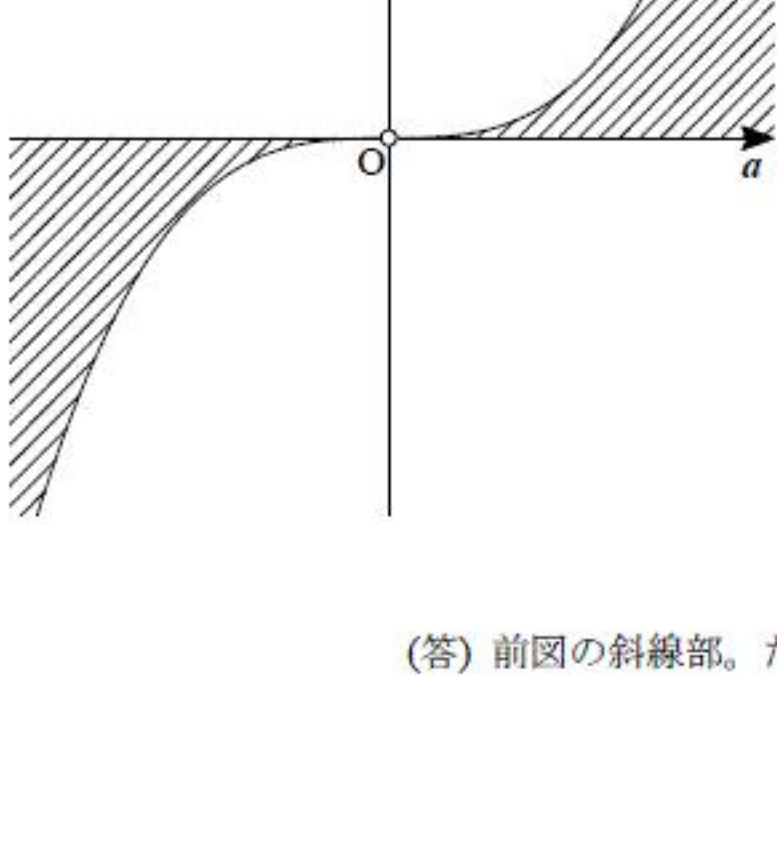
[2] $\frac{2}{3}a \neq 0$, すなわち $a \neq 0$ のとき

曲線 $y = f(x)$ は $x = 0, \frac{2}{3}a$ で極値をとるので、 $f(x) = 0$ が異なる3つの実数解をもつ条件は

$$\begin{aligned} & f(0) \cdot f\left(\frac{2}{3}a\right) < 0 \\ \Leftrightarrow & b \left\{ \left(\frac{2}{3}a\right)^3 - a\left(\frac{2}{3}a\right)^2 + b \right\} < 0 \\ \Leftrightarrow & b \left(-\frac{4}{27}a^3 + b \right) < 0 \\ \Leftrightarrow & \left[b > 0 \text{ かつ } -\frac{4}{27}a^3 + b < 0 \right] \text{ または } \left[b < 0 \text{ かつ } -\frac{4}{27}a^3 + b > 0 \right] \end{aligned}$$

となる。

以上[1], [2]より、求める領域は下図の斜線部となる。ただし、境界は含まない。



(答) 前図の斜線部。ただし、境界は含まない。